



مقرر الإحصاء

إعداد

د. فهد بن محمد بكر عابد

الأستاذ المشارك بقسم الاقتصاد _ كلية الأنظمة والاقتصاد

بالجامعة الإسلامية بالمدينة المنورة

السلاسل الزمنية

◆ التمهيد

◆ تعريف السلسلة الزمنية

◆ الرسم البياني للسلاسل الزمنية

◆ تحليل السلسلة الزمنية

◆ معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية

◆ اختبار المعنوية = الدلالة الإحصائية = تحليل التباين

التمهيد

التمهيد

السلسلة الزمنية هي مجموعة القياسات المسجلة لمتغير واحد أو أكثر، مرتبة حسب زمن وقوعها. ورياضيا نقول إن متغير الزمن (t) هو المتغير المستقل، والقيم المناظرة له هي المتغير التابع (y)، وإن كل قيمة في الزمن يقابلها قيم للمتغير التابع. وبالتالي فإن دالة في الزمن [أي متأثرة بالزمن].

٢٠٢٤	٢٠٢٣	٢٠٢٢	٢٠٢١	٢٠٢٠	٢٠١٩	t
34	33	28	26	20	23	Y

التمهيد

وتعتبر السلاسل الزمنية من الأمور الطبيعية والواجبة التي ينبغي للحكومات والمؤسسات والشركات التجارية منها والتعليمية وغيرها لاستخدامها؛ من أجل التخطيط لمستقبلها ولتحقيق أهدافها العامة والخاصة. وتعتبر السلاسل الزمنية من أهم أساليب التنبؤ حول المستقبل من خلال وقائع الأمس واليوم.

٢٠٢٤	٢٠٢٣	٢٠٢٢	٢٠٢١	٢٠٢٠	٢٠١٩	t
34	33	28	26	20	23	Y

تعريف السلسلة الزمنية

تعريف السلسلة الزمنية

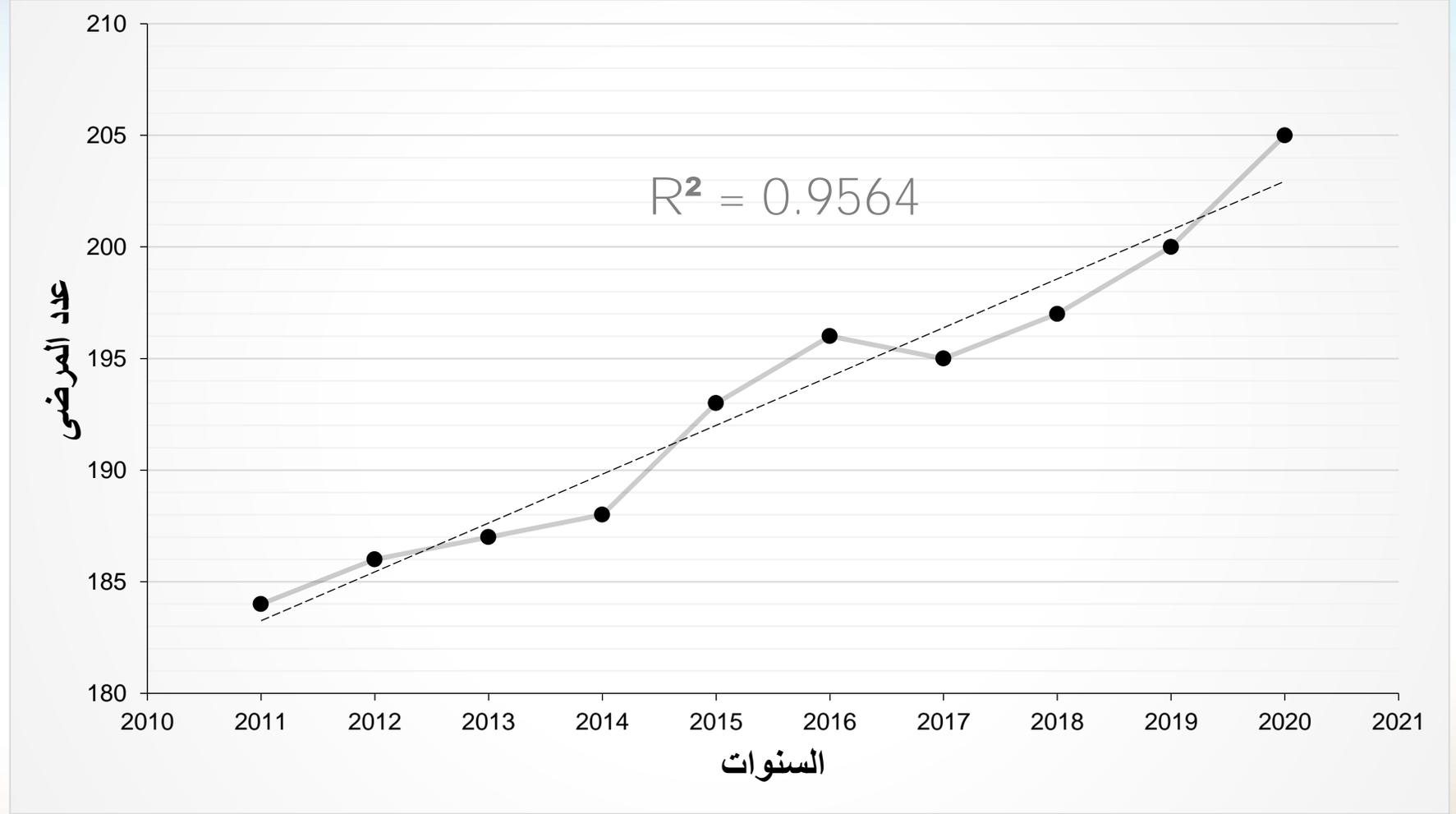
هي عبارة عن مجموعة من المشاهدات الإحصائية التي تصف الظاهرة مع مرور الزمن. أو هي: البيانات الإحصائية التي تُجمع أو تُشاهد أو تُسجل لفترات متتالية من الزمن. وقد تكون السلسلة الزمنية بالأرقام المطلقة، أو قد تكون بالقيم النسبية مثل تلك الجداول التي تبين معدلات الزيادة الطبيعية للسكان، أو قد تكون بالمتوسطات. ومن أمثلة هذه السلاسل الزمنية:

عدد العاطلين سنويا عن العمل.	مرضى عيادات الأسنان المترددين شهريا.
درجات حرارة المريض كل ساعة لمدة يوم واحد.	معدلات الإنجاب السنوية.
الإنتاج الشهري لمدة سنة في إحدى الشركات.	المبيعات اليومية في مركز لبيع الكتب لمدة شهر.

الرسم البياني للسلسلة الزمنية

الرسم البياني للسلسلة الزمنية

السنة	عدد المرضى
٢٠١١	١٨٤
٢٠١٢	١٨٦
٢٠١٣	١٨٧
٢٠١٤	١٨٨
٢٠١٥	١٩٣
٢٠١٦	١٩٦
٢٠١٧	١٩٥
٢٠١٨	١٩٧
٢٠١٩	٢٠٠
٢٠٢٠	٢٠٥



تحليل السلسلة الزمنية

تحليل السلسلة الزمنية

لغرض فهم السلسلة الزمنية لآبد من تحليلها إلى عناصرها ومركباتها الأساسية بطريقة تمكننا من معرفة تطور الظاهرة مع الزمن، والتنبؤ بمعالمها خلال الفترات المقبلة؛ لتُتخذ أساساً للتخطيط الاقتصادي أو الإداري الطويل الأجل. وتتألف السلسلة الزمنية من أربعة عناصر أساسية، هي:

الاتجاه العام
التغيرات الموسمية
التغيرات الدورية
التغيرات العشوائية أو الفجائية

تحليل السلسلة الزمنية

(١) الاتجاه العام [التحركات طويلة المدى]: وهي تشير إلى الاتجاه العام الذي يظهر به الشكل البياني للسلسلة الزمنية على فترة طويلة من الزمن. وفي الشكل البياني السابق: تمثل النقاط المتصلة الشكل البياني للسلسلة الزمنية، في حين يمثل الخط المتقطع خط الاتجاه العام. وقد سبق دراسة مثل في تحليل الانحدار، وأن أفضل منحنى له هو ما يكون بطريقة المربعات الصغرى.

تحليل السلسلة الزمنية

(٢) التغيرات الموسمية: وهي تشير إلى النمط المتماثل لحركة السلسلة الزمنية في الأشهر المتقابلة خلال السنوات المتتالية، مثل الزيادة المفاجئة في مبيعات المحلات في الفترة السابقة للأعياد.

تحليل السلسلة الزمنية

(٣) التغيرات الدورية: وهي تشير إلى الذبذبات طويلة المدى حول خط (أو منحنى) الاتجاه العام، وهذه الدورات قد تكون وقد لا تكون على فترات، بمعنى أنها قد تتبع وقد لا تتبع نفس النمط بعد كل فترة زمنية متساوية، مثل دورات الأعمال التي تمثل فترات الرخاء، الركود الكساد.

تحليل السلسلة الزمنية

(٤) التغيرات العشوائية أو الفجائية: مثل الفيضانات، الاضطرابات، الانتخابات، ونحوها.

وفي هذا الدرس سنوضح الاتجاه العام فقط على النحو التالي:

الاتجاه العام

الاتجاه العام

تغيرات الاتجاه العام تعني الزيادة أو الانخفاض طويل الأجل في البيانات عبر الزمن، ويتم التعرف على ذلك من خلال تمثيل السلسلة الزمنية بيانياً، فنحصل بالتالي على خط بياني واتجاه خط السلسلة الزمنية صعوداً أو هبوطاً، ويدل ذلك على تزايد الظاهرة أو تناقصها مع مرور الزمن، ويمكن تقدير الاتجاه العام بعدة طرق منها:

طريقة الانتشار (التمهيد باليد).

طريقة المتوسطات المتحركة

طريقة متوسط نصف السلسلة

طريقة المربعات الصغرى. (وهي أكثر الطرق دقة، وهي ما سنوضحه في هذا الدرس).

طريقة المربعات الصغرى

تعتبر طريقة المربعات الصغرى أكثر الطرق دقة لحساب خط الاتجاه العام، وذلك من خلال استخدام أسلوب الانحدار الخطي البسيط المعتمد على طريقة المربعات الصغرى التي تجعل مجموع مربعات انحرافات القيم المقدرة عن القيم الفعلية أقل ما يمكن، وذلك من خلال المعادلة التالية:

$$\hat{y} = \alpha + \beta t$$

معادلة الاتجاه العام

$$\hat{y} = \alpha + \beta t$$

حيث: \hat{y} هي قيمة y التقديرية والمناظرة لقيمة الفترة الزمنية t .

α هي ثابت الانحدار، وتمثل طول الجزء المقطوع من المحور الرأسي، وهي تمثل أيضا قيمة y عندما تكون $t = 0$.

β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)
 t تمثل الفترة الزمنية (المتغير المستقل) الذي يؤثر في المتغير التابع y .

تنبيه: نقوم بتحديد السنوات المشاهدة على النحو التالي: $t_1 = 0, t_2 = 1, \dots$

معادلة الاتجاه العام

$$\hat{y} = \alpha + \beta t$$

ولتسهيل المعادلة يمكن استبدال رمز الفترة الزمنية (t) بـ (x)، لتشابه هذه المعادلة مع معادلة

الانحدار الخطي البسيط، لتصبح المعادلة كالتالي: $\hat{y} = \alpha + \beta x$

ولتقدير المعلمتين نستخدم طريقة رياضية تسمى (طريقة المربعات الصغرى OLS) والتي تجعل

مربعات انحرافات الأخطاء العشوائية المقدرة أقل ما يمكن. وتأخذ شكل المعادلتين التالية:

$$\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x}$$

$$\beta = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

معادلة الاتجاه العام

مثال توضيحي للفرق بين الانحدار الخطي وبين السلسلة الزمنية:

29	25	22	20	12	6	رأس المال x	الانحدار الخطي
30	33	28	21	15	10	كمية الإنتاج y	

2024	2023	2022	2021	2020	2019	السنوات X أو t	معادلة الاتجاه العام
30	33	28	21	15	10	كمية الإنتاج y	

معادلة الاتجاه العام

مثال توضيحي للفرق بين الانحدار الخطي وبين السلسلة الزمنية:

29	25	22	20	12	6	رأس المال x	الانحدار الخطي
30	33	28	21	15	10	كمية الإنتاج y	

2024	2023	2022	2021	2020	2019	السنوات X	السلسلة الزمنية (معادلة الاتجاه العام)
5	4	3	2	1	0	السنوات X	
30	33	28	21	15	10	كمية الإنتاج y	

معادلة الاتجاه العام

مثال ١: البيانات التالية تمثل الدخل السنوي بملايين الريالات لإحدى الشركات الكبرى:

السنوات	2020	2021	2022	2023	2024
الدخل	3	4	5	7	6

المطلوب:

- إيجاد معادلة الاتجاه العام مع تفسير العلاقة.
- قدر قيمة الدخل لعام 2025.
- أوجد الدلالة الإحصائية (اختبار المعنوية).

الحل: من خلال المعادلات السابقة المتعلقة بتحليل الانحدار، نقوم أولاً بإنشاء الجدول التالي وتعبئته:

السنوات	الزمن x	الدخل y	xy	x^2
2020	0	3		
2021	1	4		
2022	2	5		
2023	3	7		
2024	4	6		
	$\sum x =$	$\sum y =$	$\sum xy =$	$\sum x^2 =$
	$\bar{x} =$	$\bar{y} =$		

ثانياً: نقوم بتعويض معادلات تحليل الانحدار على النحو التالي:

$$\alpha = \bar{y} - \beta x$$

$$\beta = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

(أ) إذا معادلة الاتجاه العام هي: $\hat{y} = \alpha + \beta x$

تفسير العلاقة: بما أن معامل الانحدار β يساوي () والذي يمثل التغير في الدخل عندما تتغير الفترة الزمنية بفترة واحدة، وبما أن إشارة المعامل β فهذا يعني أن زيادة فترة واحدة (بمقدار سنة واحدة) سيؤدي إلى قيمة الدخل بمقدار () مليون ريال.

(ب) تقدير قيمة الدخل في عام 2025: $\hat{y} = \alpha + \beta(5)$

تحليل التباين (ANOVA)

◆ التمهيد

◆ مكونات تحليل التباين

◆ إجراءات تحليل التباين

◆ اختبار معنوية الانحدار الخطي البسيط

◆ إيجاد قيمة F الجدولية

◆ تحليل التباين بواسطة برنامج إكسل

◆ إيجاد قيمة F من خلال معامل الارتباط = الطريقة المختصرة

التمهيد

التمهيد

يُنسب ظهور تحليل التباين إلى العالم (رونالد فيشر) الذي وضع منطق وأسس تحليل التباين وذلك في عام ١٩١٨ م وتبعه (Sedecor) عام ١٩٣٤ م الذي اقترح إحصاءة اختبار تحليل التباين، وأطلق عليها اسم اختبار (F) نسبة لفيشر، وتحليل التباين هو البحث عن مكونات الاختلاف أو التباين، وهذا يعني دراسة مكونات الاختلاف بين مجموعة من الأفراد في ظاهرة معينة.

التمهيد

ويعتبر (تحليل التباين الأحادي الاتجاه) أو (تحليل التباين في اتجاه واحد)

أو تحليل ANOVA أو (One-way ANOVA)

امتدادا لاختبار الفرق بين المتوسطين، لأن تحليل التباين في اتجاه واحد هو

اختبار الفروق بين متوسطات ثلاث مجتمعات فأكثر.

التمهيد

ويهدف التحليل إلى بيان ما إذا كانت متوسطات المجتمعات متساوية تقريباً وأن أية اختلافات بينها تعزى للصدفة ويمكن توقعها، أم أن المتوسطات مختلفة (غير متساوية) والفروق بينها جوهرية أو ذات دلالة.

التمهيد

وسمي بتحليل التباين الأحادي الاتجاه؛ لأنه يعتمد في تحليله على تأثير متغير مستقل واحد (له عدة مستويات أو تصنيفات) على متغير تابع واحد. وأسلوب تحليل التباين هو أسلوب إحصائي الهدف منه تقسيم مجموع مربعات الانحرافات الكلي إلى مكوناته الأساسية ومن ثم إرجاع كل من هذه المكونات إلى سببه.

التمهيد

والتباين الذي نسعى إلى تحليله والكشف عنه يكون في درجات المتغير التابع فقط، وهذا طبقا لاختلافات مجموعات المتغير المستقل، فمثلا لدينا متغيرين المعدل والتخصص العلمي، حيث المعدل هو المتغير التابع والتخصص هو المتغير المستقل، وبالتالي سنسعى إلى تحليل معدلات الطلبة بالنسبة لمستويات المتغير المستقل والمتمثل في التخصصات العلمية (علم الاجتماع - علم النفس - علم التربية..).

مثال ١

أراد باحث الإجابة على السؤال: هل يوجد فرق بين معدلات الطلبة بناء على اختلاف التخصص ؟

علم التربية	علم النفس	علم الاجتماع
3.5	4.6	4.8
4.9	4.5	3.6
4.4	3.9	4.1
4.2	3.8	4.2

مثال ١

أراد باحث الإجابة على السؤال: **هل يوجد فرق** بين معدلات الطلبة بناء على اختلاف التخصص ؟

علم التربية	علم النفس	علم الاجتماع
3.5	4.6	4.8
4.9	4.5	3.6
4.4	3.9	4.1
4.2	3.8	4.2

أما عند وجود
مجموعتين فقط:
نستخدم
اختبار t

عند وجود ٣
مجموعات
فأكثر: نستخدم
تحليل التباين
اختبار F

مثال ٢

أراد باحث الإجابة على السؤال: **هل يوجد فرق** بين درجات الطلاب بناء على اختلاف نوع التعلم ؟

التعلم الذاتي	التعلم ضمن المجموعات	التعلم بواسطة المحاضرات الحضورية
80	70	60
85	75	65
90	80	70
89	88	82

مثال ٣

أراد باحث الإجابة على السؤال: **هل يوجد فرق** بين أطوال النباتات بناء على اختلاف نوع الأسمدة ؟

سماد (أ)	سماد (ب)	سماد (ج)
15 سم	10 سم	22 سم
18 سم	12 سم	25 سم
20 سم	11 سم	24 سم
19 سم	12 سم	23 سم

مكونات تحليل التباين

مكونات تحليل التباين

أبسط مكونين لتحليل التباين هما التباين بين المجموعات (الاختلاف بين الأفراد) والتباين داخل المجموعات (الاختلاف داخل الأفراد)، فمثلا إذا كان لدينا تخصصين لطلبة هما التخصص الأدبي والتخصص العلمي، فإن الاختلاف بين درجات التخصصين الأدبي والعلمي يعتبر تباين بين المجموعات، أما الاختلاف بين درجات الطلبة فيما بينهم في التخصص الأدبي أو التخصص العلمي، فهذا يعتبر تباين داخل المجموعات.

التباين بين المجموعات

التعلم بواسطة المحاضرات الحضورية	التعلم ضمن المجموعات	التعلم الذاتي
60	70	80
65	75	85
70	80	90
82	88	89

التعلم بواسطة المحاضرات الحضورية	التعلم ضمن المجموعات	التعلم الذاتي
60	70	80
65	75	85
70	80	90
82	88	89

التباين داخل المجموعات

إجراءات تحليل التباين

إجراءات تحليل التباين

- ١- حساب مجموع المربعات بين المجموعات (SSB).
- ٢- حساب مجموع المربعات داخل المجموعات (الخطأ أو البواقي) (SSW).
- ٣- حساب مجموع المربعات الكلي (SST).
- ٤- حساب درجات الحرية.
- ٥- حساب متوسط المربعات.
- ٦- حساب قيمة F المحسوبة.
- ٧- حساب قيمة F الجدولية.

إجراءات تحليل التباين

١- حساب مجموع المربعات بين المجموعات (SSB).

$$SSB = \frac{(\sum x_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum x_2)^2}{n_2} + \frac{(\sum x_k)^2}{n_k}$$

٢- حساب مجموع المربعات داخل المجموعات (الخطأ أو البواقي) (SSW).

$$SSW = (\sum x_1^2 - \frac{(\sum x_1)^2}{n_1}) + (\sum x_2^2 - \frac{(\sum x_2)^2}{n_2}) + (\sum x_k^2 - \frac{(\sum x_k)^2}{n_k})$$

٣- حساب مجموع المربعات الكلي (SST).

$$SST = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}$$

$$d.f_{SSB} = k - 1$$

$$d.f_{SSW} = n - k$$

$$d.f_{SST} = n - 1$$

٤- حساب درجات الحرية.

$$MSB = \frac{SSB}{d.f_{SSB}}$$

$$MSW = \frac{SSW}{d.f_{SSW}}$$

٥- حساب متوسط المربعات.

$$F = \frac{MSB}{MSW}$$

٦- حساب قيمة F المحسوبة.

$$F_t = \frac{d.f_{SSB}}{d.f_{SSW}}$$

٧- حساب قيمة F الجدولية.

إجراءات تحليل التباين

١- حساب مجموع المربعات بين المجموعات (SSB).

$$SSB = \frac{(\sum x_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum x_2)^2}{n_2} + \frac{(\sum x_k)^2}{n_k}$$

٢- حساب مجموع المربعات داخل المجموعات (الخطأ أو البواقي) (SSW).

$$SSW = (\sum x_1^2 - \frac{(\sum x_1)^2}{n_1}) + (\sum x_2^2 - \frac{(\sum x_2)^2}{n_2}) + (\sum x_k^2 - \frac{(\sum x_k)^2}{n_k})$$

٣- حساب مجموع المربعات

$$SST = \sum x^2 -$$

لن نتطرق إلى كيفية حل تحليل التباين لإيجاد الفروق بين ثلاث مجموعات فأكثر

$$d.f_{SSB} = k - 1$$

$$d.f_{SSW} = n - k$$

$$d.f_{SST} = n - 1$$

٤- حساب درجات الحرية.

$$MSB = \frac{SSB}{d.f_{SSB}}$$

وإنما فقط لاختبار معنوية نموذج الانحدار الخطي

٥- حساب متوسط المربعات

$$F = \frac{MSB}{MSW}$$

٦- حساب قيمة F المحسوبة.

$$F_t = \frac{d.f_{SSB}}{d.f_{SSW}}$$

٧- حساب قيمة F الجدولية.

اختبار معنوية الانحدار الخطي البسيط (الدلالة الإحصائية)

اختبار معنوية الانحدار الخطي البسيط

(الدلالة الإحصائية)

لتحديد مدى صحة ودقة تقديرات العلاقة بين المتغيرين المستقل والتابع، والتي يتم تقديرها من خلال معادلة الانحدار، والتي تفترض أن العلاقة بين المتغيرين خطية فلا بد من إجراء اختبار لهذه التقديرات؛ حتى يتبين لنا هل فعلاً العلاقة بين المتغيرين خطية؟ أم أن معادلة الانحدار المتحصل عليها لا تعبر عن التعبير الصحيح عن العلاقة بين المتغيرين، ويجب التحقق من الشكل الدقيق للعلاقة بينهما.

استخدام اختبار t للتحقق من معنوية الانحدار

$$t = \frac{b}{S_b}$$

من أجل الدلالة الإحصائية للانحدار يمكن استخدام اختبار t ، ويأخذ شكل المعادلة التالية:

حيث: b هي معامل الانحدار.

$$S_b = \sqrt{\frac{(\sum y_i - y_i)^2}{(\sum x^2 - n(\bar{x}))^2(n - 2)}}$$

و S_b هي الخطأ المعياري لمعامل الانحدار، ويأخذ المعادلة التالية:

ثم تتم مقارنة t المحسوبة بالجدولية.

ولكن في نموذج الانحدار الخطي البسيط (متغير مستقل واحد) يمكن الاكتفاء باختبار F ؛ لأنهما في الغالب **يؤديان** إلى نتيجة واحدة في الدلالة الإحصائية.

حيث إن اختبار t يقوم باختبار معنوية **معامل الانحدار**، وأن اختبار F يقوم باختبار معنوية النموذج ككل

استخدام اختبار t للتحقق من معنوية الانحدار

عند استخدام اختبار t للتحقق من معنوية معامل الانحدار، فإننا لا نبحث عن فرق بين متوسطين كما هو الحال في استخدامات اختبار t الأخرى. بل نحن نختبر ما إذا كان معامل الانحدار يختلف بشكل معنوي عن الصفر. بمعنى آخر، نستخدم اختبار t هنا لمعرفة:

١- ما إذا كان المتغير المستقل له تأثير معنوي على المتغير التابع:

- إذا كان معامل الانحدار (الذي يمثل تأثير المتغير المستقل على المتغير التابع) يختلف عن الصفر، فهذا يشير إلى أن هناك تأثيراً لهذا المتغير المستقل على المتغير التابع.

٢- إثبات عدم وجود علاقة عشوائية:

- إذا كان معامل الانحدار يساوي صفرًا من الناحية الإحصائية، فهذا يعني أنه لا يوجد ارتباط بين المتغير المستقل والمتغير التابع، وأن تأثير المتغير المستقل غير معنوي.

استخدام اختبار t للتحقق من معنوية الانحدار

تفسير اختبار t لمعامل الانحدار:

- الفرضية الصفرية (H_0): معامل الانحدار يساوي صفرًا (لا يوجد تأثير معنوي).
- الفرضية البديلة (H_1): معامل الانحدار لا يساوي صفرًا (يوجد تأثير معنوي).

إذا كانت القيمة الاحتمالية (p-value) الناتجة عن اختبار t لمعامل الانحدار أقل من مستوى الدلالة المحدد (مثل 0.05)، فإننا نرفض الفرضية الصفرية، مما يعني أن معامل الانحدار معنوي وأن المتغير المستقل له تأثير على المتغير التابع.

وفي دراستنا لهذا الفصل سنقوم بإجراء اختبار F لأنه الأشهر في اختبار معنوية نموذج الانحدار الخطي البسيط

اختبار معنوية الانحدار الخطي البسيط

(الدلالة الإحصائية)

ويُستخدم تحليل التباين Analysis of Variance ويتم اختصاره بـ [ANOVA]

أو اختبار F في إجراء اختبار معنوية معادلة الانحدار، ويعتمد تحليل التباين

هذا على تحليل مجموع مربعات انحرافات القيم للمتغير التابع y عن وسطها

الحسابي، كالآتي:

مقارنة بين إجراءات تحليل التباين لاختبار معنوية الفروق واختبار معنوية نموذج الانحدار الخطي البسيط

اختبار معنوية الفروق بين ثلاث مجموعات فأكثر

١- حساب مجموع المربعات بين المجموعات (SSB).

٢- حساب مجموع المربعات داخل المجموعات (الخطأ أو البواقي) (SSW).

٣- حساب مجموع المربعات الكلي (SST).

٤- حساب درجات الحرية.

٥- حساب متوسط المربعات.

٦- حساب قيمة F المحسوبة.

٧- حساب قيمة F الجدولية.

اختبار معنوية نموذج الانحدار الخطي البسيط

١- حساب مجموع المربعات بين المجموعات (SSR).

٢- حساب مجموع المربعات داخل المجموعات (الخطأ أو البواقي) (SSE).

٣- حساب مجموع المربعات الكلي (SST).

٤- حساب درجات الحرية.

٥- حساب متوسط المربعات.

٦- حساب قيمة F المحسوبة.

٧- حساب قيمة F الجدولية.

مقارنة بين إجراءات تحليل التباين لاختبار معنوية الفروق واختبار معنوية نموذج الانحدار الخطي البسيط

اختبار معنوية نموذج الانحدار الخطي البسيط

$$SSR = \sum (\hat{y} - \bar{y})^2 \quad -1$$

٢- حساب مجموع المربعات داخل المجموعات (الخطأ أو البواقي) (SSE).

٣- حساب مجموع المربعات الكلي (SST).

٤- حساب درجات الحرية.

٥- حساب متوسط المربعات.

٦- حساب قيمة F المحسوبة.

٧- حساب قيمة F الجدولية.

اختبار معنوية الفروق بين ثلاث مجموعات فأكثر

$$SSB = \frac{(\sum x_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum x_2)^2}{n_2} + \frac{(\sum x_k)^2}{n_k} \quad -1$$

٢- حساب مجموع المربعات داخل المجموعات (الخطأ أو البواقي) (SSW).

٣- حساب مجموع المربعات الكلي (SST).

٤- حساب درجات الحرية.

٥- حساب متوسط المربعات.

٦- حساب قيمة F المحسوبة.

٧- حساب قيمة F الجدولية.

مقارنة بين إجراءات تحليل التباين لاختبار معنوية الفروق واختبار معنوية نموذج الانحدار الخطي البسيط

اختبار معنوية نموذج الانحدار الخطي البسيط

$$SSR = \sum (\hat{y} - \bar{y})^2 \quad -1$$

$$SSE = \sum (y - \hat{y})^2 \quad -2$$

٣- حساب مجموع المربعات الكلي (SST).

٤- حساب درجات الحرية.

٥- حساب متوسط المربعات.

٦- حساب قيمة F المحسوبة.

٧- حساب قيمة F الجدولية.

اختبار معنوية الفروق بين ثلاث مجموعات فأكثر

$$SSB = \frac{(\sum x_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum x_2)^2}{n_2} + \frac{(\sum x_k)^2}{n_k} \quad -1$$

$$SSW = (\sum x_1^2 - \frac{(\sum x_1)^2}{n_1}) + (\sum x_2^2 - \frac{(\sum x_2)^2}{n_2}) + (\sum x_k^2 - \frac{(\sum x_k)^2}{n_k}) \quad -2$$

٣- حساب مجموع المربعات الكلي (SST).

٤- حساب درجات الحرية.

٥- حساب متوسط المربعات.

٦- حساب قيمة F المحسوبة.

٧- حساب قيمة F الجدولية.

مقارنة بين إجراءات تحليل التباين لاختبار معنوية الفروق واختبار معنوية نموذج الانحدار الخطي البسيط

اختبار معنوية نموذج الانحدار الخطي البسيط

$$SSR = \sum (\hat{y} - \bar{y})^2 \quad -1$$

$$SSE = \sum (y - \hat{y})^2 \quad -2$$

$$SST = \sum (y - \bar{y})^2 \quad -3$$

٤- حساب درجات الحرية.

٥- حساب متوسط المربعات.

٦- حساب قيمة F المحسوبة.

٧- حساب قيمة F الجدولية.

اختبار معنوية الفروق بين ثلاث مجموعات فأكثر

$$SSB = \frac{(\sum x_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum x_2)^2}{n_2} + \frac{(\sum x_k)^2}{n_k} \quad -1$$

$$SSW = (\sum x_1^2 - \frac{(\sum x_1)^2}{n_1}) + (\sum x_2^2 - \frac{(\sum x_2)^2}{n_2}) + (\sum x_k^2 - \frac{(\sum x_k)^2}{n_k}) \quad -2$$

$$SST = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \quad -3$$

٤- حساب درجات الحرية.

٥- حساب متوسط المربعات.

٦- حساب قيمة F المحسوبة.

٧- حساب قيمة F الجدولية.

اختبار معنوية الانحدار الخطي البسيط

(الدلالة الإحصائية)

ANOVA				
إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d.f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{SSR}{(d.f)_R}$	SSR	$(d.f)_R$ [عدد المتغيرات المستقلة]	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{SSE}{(d.f)_E}$	SSE	$(d.f)_E$ [تساوي n-2]	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	$(d.f)_t$	المجموع Total

اختبار معنوية الانحدار الخطي البسيط

(الدلالة الإحصائية)

ANOVA				
إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d.f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{SSR}{(d.f)_R}$	SSR	$(d.f)_R$ [عدد المتغيرات المستقلة]	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{SSE}{(d.f)_E}$	SSE	$(d.f)_E$ [تساوي n-2]	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	$(d.f)_t$	المجموع Total

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d. f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{SSR}{(d. f)_R}$	SSR	($d. f$) _R [عدد المتغيرات المستقلة]	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{SSE}{(d. f)_E}$	SSE	($d. f$) _E [تساوي n-2]	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	($d. f$) _t	المجموع Total

مجموع مربعات الانحدار SSR

يشير إلى مجموع مربعات انحرافات القيم المقدرة \hat{y} عن الوسط الحسابي \bar{y} ،

ويأخذ شكل المعادلة: $SSR = \sum (\hat{y} - \bar{y})^2$.

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d.f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{SSR}{(d.f)_R}$	SSR	$(d.f)_R$ [عدد المتغيرات المستقلة]	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{SSE}{(d.f)_E}$	SSE	$(d.f)_E$ [تساوي n-2]	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	$(d.f)_t$	المجموع Total

مجموع مربعات الأخطاء العشوائية (البواقي)

يشير إلى مجموع مربعات انحرافات القيم عن خط الانحدار (مجموع مربعات الأخطاء العشوائية أو البواقي)

$$\text{ويأخذ شكل المعادلة: } SSE = \sum (y - \hat{y})^2$$

ويمكن التعبير عن هذه المعادلة بمعادلة أخرى تسهل عملية الحساب: $SSE = \sum y^2 - \beta \sum xy - \alpha \sum y$

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d. f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{SSR}{(d. f)_R}$	SSR	$(d. f)_R$ [عدد المتغيرات المستقلة]	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{SSE}{(d. f)_E}$	SSE	$(d. f)_E$ [تساوي n-2]	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	$(d. f)_t$	المجموع Total

مجموع المربعات الكلي

يشير إلى مجموع مربعات انحرافات القيم عن الوسط الحسابي، ويأخذ شكل المعادلة: $SST = \sum (y - \bar{y})^2$

ويمكن التعبير عن هذه المعادلة بمعادلة أخرى تسهل عملية الحساب: $SST = \sum y^2 - n\bar{y}^2$

وأيضاً يمكن إثبات أن: $SST = SSR + SSE$.

اختبار معنوية الانحدار الخطي البسيط

(الدلالة الإحصائية)

ويتم اختبار معنوية معادلة الانحدار كما يلي:

$H_0: \beta = 0$	الفرض الصفري (فرض العدم): [عدم وجود علاقة انحدار خطي] ويعني: عدم صلاحية وقدرة النموذج على التنبؤ
$H_1: \beta \neq 0$	الفرض البديل: [وجود علاقة انحدار خطي] ويعني: صلاحية وقدرة النموذج على التنبؤ

ثم نقوم بمقارنة \hat{F} المحسوبة في جدول تحليل التباين ANOVA بـ \hat{F} الجدولية، فإذا كانت المحسوبة أكبر من الجدولية فإننا نرفض الفرض الصفري ونقبل البديل، وإلا العكس.

اختبار معنوية الانحدار الخطي البسيط

(الدلالة الإحصائية)

ويتم اختبار معنوية معادلة الانحدار كما يلي:

$H_0: \beta = 0$	الفرض الصفري (فرض العدم): [عدم وجود علاقة انحدار خطي] ويعني: عدم صلاحية وقدرة النموذج على التنبؤ
$H_1: \beta \neq 0$	الفرض البديل: [وجود علاقة انحدار خطي] ويعني: صلاحية وقدرة النموذج على التنبؤ

يعني: أن معامل
الانحدار β
ليس له تأثير معنوي
على المتغير التابع

يعني: أن معامل الانحدار
 β
أكبر أو أصغر من 0
مما يدل على وجود تأثير
على المتغير التابع

ثم نقوم بمقارنة \hat{F} المحسوبة في جدول تحليل التباين ANOVA بـ \hat{F} الجدولية
المحسوبة أكبر من الجدولية فإننا نرفض الفرض الصفري ونقبل البديل، وإلا

اختبار معنوية الانحدار الخطي البسيط (الدلالة الإحصائية) (اختبار F)

بناء على المثال رقم (١) في درس (تحليل الانحدار)، حصلنا على البيانات وقمنا بالحسابات التالية:

رأس المال x	كمية الإنتاج y
5	12
7	20
9	22
10	25
12	21
15	19
$\sum x = 58$	$\sum y = 119$
$\bar{x} = 9.67$	$\bar{y} = 19.83$

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d.f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{SSR}{(d.f)_R}$	SSR	$(d.f)_R$ [عدد المتغيرات المستقلة]	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{SSE}{(d.f)_E}$	SSE	$(d.f)_E$ [تساوي n-2]	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	$(d.f)_t$	المجموع Total

عدد المتغيرات

متغير مستقل
واحد

رأس المال x	كمية الإنتاج y
5	12
7	20
9	22
10	25
12	21
15	19
$\sum x = 58$	$\sum y = 119$
$\bar{x} = 9.67$	$\bar{y} = 19.83$

كمية الإنتاج
متغير تابع

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d.f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{SSR}{1}$	SSR	1	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{SSE}{(d.f)_E}$	SSE	$(d.f)_E$ [تساوي n-2]	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	$(d.f)_t$	المجموع Total

عند وجود متغير مستقل واحد
نستخدم تحليل التباين أحادي الاتجاه
One-way ANOVA

وهذا يعني أنها دائما تكون: 1
في الانحدار الخطي البسيط

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d.f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{SSR}{1}$	SSR	1	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{SSE}{(d.f)_E}$	SSE	$(d.f)_E$ [تساوي n-2]	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	$(d.f)_t$	المجموع Total

$$n - 2$$

$$=$$

$$6 - 2 = 4$$

عدد المشاهدات أو القيم

$n = 6$
عدد القيم

رأس المال x	كمية الإنتاج y
5	12
7	20
9	22
10	25
12	21
15	19
$\sum x = 58$	$\sum y = 119$
$\bar{x} = 9.67$	$\bar{y} = 19.83$

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d.f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{SSR}{1}$	SSR	1	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{SSE}{4}$	SSE	4	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	($d.f$) _t	المجموع Total

$$n - 2$$

$$=$$

$$4$$

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية (<i>d.f</i>)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{SSR}{1}$	SSR	1	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{SSE}{4}$	SSE	4	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	5	المجموع Total

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية (<i>d.f</i>)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{SSR}{1}$	SSR	1	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{SSE}{4}$	SSE	4	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	5	المجموع Total

مجموع مربعات الانحدار SSR

يشير إلى مجموع مربعات انحرافات القيم المقدرة \hat{y} عن الوسط الحسابي \bar{y} ،

ويأخذ شكل المعادلة: $SSR = \sum (\hat{y} - \bar{y})^2$.

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d.f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{SSR}{1}$	SSR	1	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{SSE}{4}$	SSE	4	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	5	المجموع Total

SSR

بحاجة إلى إنشاء ثلاث
أعمدة إضافية لحسابه

مجموع مربعات الانحدار SSR

يشير إلى مجموع مربعات انحرافات القيم المقدرة \hat{y} عن الوسط الحسابي \bar{y} ،

$$\text{ويأخذ شكل المعادلة: } SSR = \sum (\hat{y} - \bar{y})^2$$

اختبار معنوية الانحدار الخطي البسيط (الدلالة الإحصائية) (اختبار F)

رأس المال x	كمية الإنتاج y	\hat{y}	$\hat{y} - \bar{y}$	$(\hat{y} - \bar{y})^2$
5	12			
7	20			
9		$\hat{y} = 14.54 + 0.547 (5)$		
10		$\hat{y} = 14.54 + 0.547 (7)$		
12		$\hat{y} = 14.54 + 0.547 (9)$		
15			
$\sum x = 58$	$\sum y = 119$			$\sum (\hat{y} - \bar{y})^2$
$\bar{x} = 9.67$	$\bar{y} = 19.83$			

نقوم بإدخال كل قيمة من قيم x في معادلة الانحدار الخطي ونسجل الناتج في عمود \hat{y}

x	y	\hat{y}	$\hat{y} - \bar{y}$	$(\hat{y} - \bar{y})^2$
5	12	17.2789	-2.5544	6.5249
7	20	18.3737	-1.4596	2.1306
9	22	19.4684	-0.3649	0.1332
10	25	20.0158	0.1825	0.0333
12	21	21.1105	1.2772	1.6312
15	19	22.7526	2.9193	8.5223
58	119			18.9754 SSR

قمنا بإضافة 3 أعمدة
ومجموع العمود الثالث SSR =

$$SSR = \sum (\hat{y} - \bar{y})^2$$

ANOVA				
المصدر	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	احصائية الاختبار
معادلة الانحدار	1	18.9754	18.9754	
الخطأ العشوائي (البواقي)	n - 2	75.8579	18.9645	1.0000
المجموع	5	94.8333		

ونضيفه في جدول ANOVA

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية (<i>d.f</i>)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{18.9754}{1}$	18.9754	1	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{SSE}{4}$	SSE	4	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	5	المجموع Total

مجموع مربعات الانحدار SSR

يشير إلى مجموع مربعات انحرافات القيم المقدرة \hat{y} عن الوسط الحسابي \bar{y} ،

ويأخذ شكل المعادلة: $SSR = \sum (\hat{y} - \bar{y})^2$.

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية (d.f)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{18.9754}{1}$	18.9754	1	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{SSE}{4}$	SSE	4	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	5	المجموع Total

مجموع مربعات الأخطاء العشوائية (البواقي)

يشير إلى مجموع مربعات انحرافات القيم عن خط الانحدار (مجموع مربعات الأخطاء العشوائية أو البواقي)

ويأخذ شكل المعادلة: $SSE = \sum (y - \hat{y})^2$.

ويمكن التعبير عن هذه المعادلة بمعادلة أخرى تسهل عملية الحساب: $SSE = \sum y^2 - \beta \sum xy - \alpha \sum y$

معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

حيث: β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

نعرض هذا الشكل
للتذكير بمعنى
الفروق

المستقيم:

\hat{y}

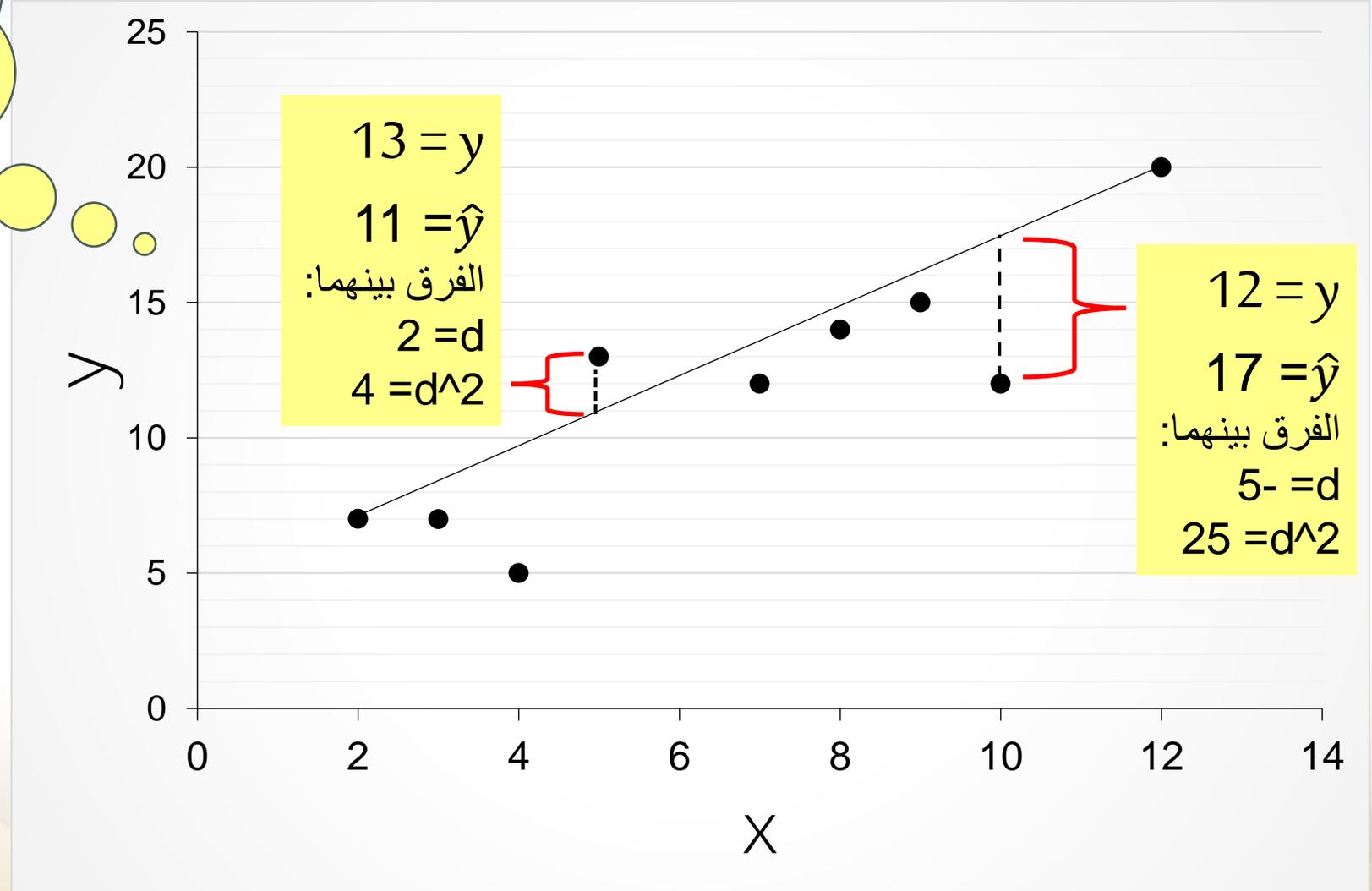
رأه خطأ

العشوائية)

وهذه الطريقة تسمى: بطريقة المربعات
الصغرى

حيث نقوم بتربيع الفروق للوصول إلى
أرقام موجبة يمكن جمعها.

وأقل مجموع يمكن إيجاده هو الذي
يمثل أفضل ميل



ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية (d.f)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{18.9754}{1}$	18.9754	1	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{SSE}{4}$	SSE	4	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	5	المجموع Total

SSE

بحاجة إلى إنشاء عمودين
إضافيين لحسابه

مجموع مربعات الأخطاء العشوائية (البواقي)

يشير إلى مجموع مربعات انحرافات القيم عن خط الانحدار (مجموع مربعات الأخطاء العشوائية أو البواقي)

ويأخذ شكل المعادلة: $SSE = \sum (y - \hat{y})^2$.

ويمكن التعبير عن هذه المعادلة بمعادلة أخرى تسهل عملية الحساب: $SSE = \sum y^2 - \beta \sum xy - \alpha \sum y$

اختبار معنوية الانحدار الخطي البسيط (الدلالة الإحصائية) (اختبار F)

رأس المال x	كمية الإنتاج y	$y - \hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$
5	12		
7	20		
9	22		
10	25		
12	21		
15	19		
$\sum x = 58$	$\sum y = 119$		
$\bar{x} = 9.67$	$\bar{y} = 19.83$		$\sum (y - \hat{y})^2$

n	6
\bar{x}	9.6667
\bar{y}	19.833
ألفا	14.542
بيتا	0.547
$\hat{y} = a + b(x)$	
SST	94.833

	$y - \hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$
5	-5.279	27.867
7	1.626	2.645
8	2.532	6.409
9	4.984	24.842
10	-0.111	0.012
11	-3.753	14.082
SSE		75.8579

قمنا بإضافة عمودين
ومجموع العمود الأخير = SSE = $\sum (y - \hat{y})^2$

ANOVA				
المصدر	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	احصائية الاختبار
معادلة الانحدار	1	18.9754	18.9754	8.9754
الخطأ العشوائي (البواقي)	n - 2	75.8579	18.9645	1.0000
المجموع	5	94.8333		

ونضيفه في جدول ANOVA

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية (<i>d.f</i>)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{18.9754}{1}$	18.9754	1	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{75.8579}{4}$	75.8579	4	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	5	المجموع Total

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d.f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{18.9754}{1}$	18.9754	1	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{75.8579}{4}$	75.8579	4	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		SST [SSR + SSE]	5	المجموع Total

مجموع المربعات الكلي

يشير إلى مجموع مربعات انحرافات القيم y عن الوسط الحسابي \bar{y} ، ويأخذ شكل المعادلة: $SST = \sum (y - \bar{y})^2$

ويمكن التعبير عن هذه المعادلة بمعادلة أخرى تسهل عملية الحساب: $SST = \sum y^2 - n\bar{y}^2$

وأيضاً يمكن إثبات أن: $SST = SSR + SSE$.

x	y	\hat{y}	$\hat{y} - \bar{y}$	$(\hat{y} - \bar{y})^2$	$y - \hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$		
5	12	17.2789	-2.5544	6.5249	-5.279	27.867	n	6
7	20	18.3737	-1.4596	2.1306	1.626	2.645	\bar{x}	9.6667
9	22	19.4684	-0.3649	0.1332	2.532	6.409	\bar{y}	19.833
10	25	20.0158	0.1825	0.0333	4.984	24.842	ألفا	14.542
12	21	21.1105	1.2772	1.6312	-0.111	0.012	بيتا	0.547
15	19	22.7526	2.9193	8.5223	-3.753	14.082	$\hat{y} = a + b(x)$	
58	119			18.9754		75.8579	SST	94.833
				SSR		SSE		

ANOVA				
المصدر	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	إحصائية الاختبار
معادلة الانحدار	1	18.9754	18.9754	\hat{F}
الخطأ العشوائي (البواقي)	n - 2	75.8579	18.9645	1.0006
المجموع	5	94.8333		

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d.f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{18.9754}{1}$	18.9754	1	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{75.8579}{4}$	75.8579	4	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		94.833	5	المجموع Total

عند اختبار المعنوية قد لا نكون بحاجة إلى حساب المجموع، فلماذا نقوم بحساب SST؟

ج/ لأنه من السهل أحيانا لدى البعض عند استخدام الآلة الحاسبة حساب قيمتي SST و SSE ثم طرح SSE من SST للحصول على قيمة SSR

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d.f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{MSR}{MSE}$	$MSR = \frac{18.9754}{1}$	18.9754	1	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{75.8579}{4}$	75.8579	4	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		94.833	5	المجموع Total

نقوم الآن بحساب عمود متوسط المربعات

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d.f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{18.9754}{MSE}$	$MSR = \frac{18.9754}{1}$	18.9754	1	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{75.8579}{4}$	75.8579	4	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		94.833	5	المجموع Total

نقوم الآن بحساب عمود متوسط المربعات

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d.f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{18.9754}{18.9644}$	$MSR = \frac{18.9754}{1}$	18.9754	1	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{75.8579}{4}$	75.8579	4	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		94.833	5	المجموع Total

نقوم الآن بحساب عمود متوسط المربعات

ANOVA

إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d.f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{18.9754}{18.9644}$	$MSR = \frac{18.9754}{1}$	18.9754	1	معادلة الانحدار Regression
	$MSE = \frac{75.8579}{4}$	75.8579	4	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		94.833	5	المجموع Total

إذا

$$\hat{F} = 18.9754 \div 18.9644 = 1.0005$$

وهذه تسمى \hat{F} المحسوبة

اختبار معنوية الانحدار الخطي البسيط (الدلالة الإحصائية) (اختبار فيشر أو F)

ويتم اختبار معنوية معادلة الانحدار كما يلي:

$H_0: \beta = 0$	الفرض الصفري (فرض العدم): [عدم وجود علاقة انحدار خطي] ويعني: عدم صلاحية وقدرة النموذج على التنبؤ
$H_1: \beta \neq 0$	الفرض البديل: [وجود علاقة انحدار خطي] ويعني: صلاحية وقدرة النموذج على التنبؤ

ثم نقوم بمقارنة \hat{F} المحسوبة في جدول تحليل التباين ANOVA بـ \hat{F} الجدولية، فإذا كانت المحسوبة أكبر من الجدولية فإننا نرفض الفرض الصفري ونقبل البديل، وإلا العكس.

الدلالة الإحصائية:

بما أن \hat{F} المحسوبة (**1.0005**) أصغر من \hat{F} الجدولية (7.71)، فإننا نقبل الفرض الصفري ونرفض البديل وبالتالي لا توجد علاقة انحدار خطية (ذات دلالة إحصائية عند مستوى 5%)

إيجاد قيمة F الجدولية

لإيجاد قيمة F الجدولية:

نستخرج درجة حرية البسط والمقام من جدول ANOVA

ANOVA				
إحصائية الاختبار \hat{F}	متوسط المربعات Mean of Squares	مجموع المربعات Sum of Squares	درجات الحرية ($d.f$)	المصدر
$\hat{F} = \frac{18.9754}{18.9644}$			1	معادلة الانحدار Regression
			4	الخطأ العشوائي (البواقي) Error
		94.833	5	المجموع Total

درجة حرية البسط

درجة حرية المقام

$$\frac{1}{4}$$

تحليل التباين

(اختبار F) من خلال برنامج اكسل

تحليل التباين (اختبار F) من خلال برنامج اكسل

أولاً: نتأكد من إظهار خيارات التحليل: "Data Analysis"

- ١- من القائمة "ملف" اختر "خيارات".
- ٢- من الشريط الجانبي، اختر "الوظائف الإضافية".
- ٣- اضغط على خيار "الانتقال" الموجود بالأسفل.
- ٤- نتأكد من التحديد ✓ على: Analysis ToolPak – VBA.
- ٥- اضغط على "موافق".

تحليل التباين (اختبار F) من خلال برنامج اكسل

ثانيا: خطوات تحليل التباين:

- ١- من القوائم الرئيسية: "ملف، الشريط الرئيسي، إدراج... " اضغط على "بيانات".
- ٢- من القوائم والخيارات الفرعية، اضغط على "Data Analysis".
- ٣- من القائمة التي تظهر لك اختر "Regression".
- ٤- من خيار Input Y Range: اضغط على السهم، ثم حدد بيانات المتغير y
- ٥- من خيار Input X Range: اضغط على السهم، ثم حدد بيانات المتغير x
- ٦- اضغط على "OK". وسيظهر لك جدول ANOVA في ورقة اكسل جديدة.

ويمكن تحديد مكان ظهور النتائج من خلال الخيار: Output Range

SUMMARY OUTPUT

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0.447317
R Square	0.200092498
Adjusted R Square	0.000115623
Standard Error	4.354821889
Observations	6

ستظهر النتائج بهذا الشكل وإليك شرحها باختصار

ANOVA					
	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	1	18.9754386	18.97544	1.000578182	0.373776888
Residual	4	75.85789474	18.96447		
Total	5	94.83333333			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	14.54210526	5.58047149	2.605892	0.059677119	-0.95176749	30.035978
X Variable 1	0.547368421	0.54721025	1.000289	0.373776888	-0.9719308	2.06666764

SUMMARY OUTPUT

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0.447317
R Square	0.200092498
Adjusted R Square	0.000115623
Standard Error	4.354821889
Observations	6

يظهر في هذا الجدول (بالترتيب):

- معامل الارتباط (بيرسون)

- معامل التحديد r^2

- Adjusted R Square

- الخطأ المعياري

- عدد العينة n

ANOVA					
	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	1	18.9754386	18.97544	1.000578182	0.373776888
Residual	4	75.85789474	18.96447		
Total	5	94.83333333			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	14.54210526	5.58047149	2.605892	0.059677119	-0.95176749	30.035978
X Variable 1	0.547368421	0.54721025	1.000289	0.373776888	-0.9719308	2.06666764

SUMMARY OUTPUT

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0.447317
R Square	0.200092498
Adjusted R Square	0.000115625
Standard Error	4.354821889
Observations	6

Adjusted R Square

هذا المؤشر يشبه R Square، لكنه يأخذ بعين الاعتبار عدد المتغيرات المستقلة وعينة البيانات. يساعد في تقييم دقة النموذج عند إضافة متغيرات مستقلة. في هذه الحالة، القيمة صغيرة جدًا، مما قد يشير إلى أن النموذج قد لا يكون جيدًا في التنبؤات.

		ANOVA			
	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	1	18.9754386	18.97544	1.000578182	0.373776888
Residual	4	75.85789474	18.96447		
Total	5	94.83333333			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	14.54210526	5.58047149	2.605892	0.059677119	-0.95176749	30.035978
X Variable 1	0.547368421	0.54721025	1.000289	0.373776888	-0.9719308	2.06666764

SUMMARY OUTPUT

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0.447317
R Square	0.200092498
Adjusted R Square	0.000115623
Standard Error	4.354821889
Observations	6

الخطأ المعياري

يعبر عن متوسط الخطأ القياسي للنموذج، وهو مقياس لتقلبات التنبؤات حول الخط الانحداري. كلما كانت القيمة أقل، كلما كان النموذج أكثر دقة.

		ANOVA			
	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	1	18.9754386	18.97544	1.000578182	0.373776888
Residual	4	75.85789474	18.96447		
Total	5	94.83333333			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	14.54210526	5.58047149	2.605892	0.059677119	-0.95176749	30.035978
X Variable 1	0.547368421	0.54721025	1.000289	0.373776888	-0.9719308	2.06666764

SUMMARY OUTPUT

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0.447317
R Square	0.200092498
Adjusted R Square	0.000115623
Standard Error	4.354821889
Observations	6

		ANOVA			
	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	1	18.9754386	18.97544	1.000578182	0.373776888
Residual	4	75.85789474	18.96447		
Total	5	94.83333333			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	14.54210526	5.58047149	2.605892	0.059677119	-0.95176749	30.035978
X Variable 1	0.547368421	0.54721025	1.000289	0.373776888	-0.9719308	2.06666764

Significance F

يمثل القيمة الاحتمالية p-value لاختبار F إذا كانت القيمة أقل من مستوى الدلالة المحدد (مثل 0.05)، فهذا يعني أن النموذج معنوي.

في هذه الحالة، القيمة 0.3737 تشير إلى أن النموذج غير معنوي عند مستوى دلالة 0.05، مما قد يعني أن المتغير المستقل لا يفسر التباين في المتغير التابع بشكل كبير.

SUMMARY OUTPUT

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0.447317
R Square	0.200092498
Adjusted R Square	0.000115623
Standard Error	4.354821889
Observations	6

Significance F
 وهو يؤدي إلى نفس نتائج الإجراءات المتعلقة
 بالمقارنة بين F المحسوبة و F الجدولية

		ANOVA			
	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	1	18.9754386	18.97544	1.000578182	0.373776888
Residual	4	75.85789474	18.96447		
Total	5	94.83333333			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	14.54210526	5.58047149	2.605892	0.059677119	-0.95176749	30.035978
X Variable 1	0.547368421	0.54721025	1.000289	0.373776888	-0.9719308	2.06666764

SUMMARY OUTPUT

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0.447317
R Square	0.200092498
Adjusted R Square	0.000115623
Standard Error	4.354821889

Intercept

تعبر عن قيمة ألفا، التي مرت معنا في معادلة الانحدار الخطي

	F	Significance F
4	1.000578182	0.373776888
7		
Total	5	94.83333333

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	14.54210526	5.58047149	2.605892	0.059677119	-0.95176749	30.035978
X Variable 1	0.547368421	0.54721025	1.000289	0.373776888	-0.9719308	2.06666764

SUMMARY OUTPUT

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0.447317
R Square	0.200092498
Adjusted R Square	0.000115623
Standard Error	4.354821889

X Variable

تعبّر عن قيمة بيتا، التي مرت معنا في معادلة الانحدار الخطي

	F	Significance F
4	1.000578182	0.373776888
7		
Total	5	94.83333333

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	4.54210526	5.58047149	2.605892	0.059677119	-0.95176749	30.035978
X Variable 1	0.547368421	0.54721025	1.000289	0.373776888	-0.9719308	2.06666764

SUMMARY OUTPUT

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0.447317
R Square	0.200092498
Adjusted R Square	0.000115623
Standard Error	
Observations	

Standard Error
 الخطأ المعياري لمعاملات الانحدار: ألفا وبيتا
 كلما كانت القيم هنا أقل: كانت دقة التقدير أعلى

						Significance F
Regression						0.373776888
Residual	4	5789474	18.96447			
Total	5	3333333				

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	14.54210526	5.58047149	2.605892	0.059677119	-0.95176749	30.035978
X Variable 1	0.547368421	0.54721025	1.000289	0.373776888	-0.9719308	2.06666764

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics

Multiple R	0.447317
R Square	
Adjusted R Square	
Standard Error	
Observations	

--	--

--	--

Regression

Residual	4
----------	---

Total	5
-------	---

18.96447		
----------	--	--

94.85		
-------	--	--

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	14.54210526	5.58047149	2.605892	0.059677119	-0.95176749	30.035978
X Variable 1	0.547368421	0.54721025	1.000289	0.373776888	-0.9719308	2.06666764

T Stat

يشير إلى اختبار t لمعاملات الانحدار: قيمة t المحسوبة ل ألفا وبيتا وهذا ما أشرنا إليه في بداية هذا العرض؛ حيث إنه يمكن اختبار معادلة الانحدار الخطي بواسطة اختبار t حيث إن اختبار t يحدد معنوية معامل الانحدار بينما اختبار F يحدد معنوية النموذج الانحداري ككل

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics

Multiple R	0.447317
R Square	
Adjusted R Square	
Standard Error	
Observations	

P-value

القيم الاحتمالية لاختبار t
إذا كانت أقل من مستوى الدلالة (مثل 0.05)، فإن ذلك يشير إلى معنوية
الجزء الثابت (ألفا).

هنا، القيمة تقترب من 0.05، مما يشير إلى قربها من مستوى الدلالة.

Regression				
Residual	4	75.85789474	18.96447	
Total	5	94.83333333		

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	14.54210526	5.58047149	2.605892	0.059677119	-0.95176749	30.035978
X Variable 1	0.547368421	0.54721025	1.000289	0.373776888	-0.9719308	2.06666764

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics

Multiple R 0.447317

R Square 0.200092408

Adjusted R Square

Standard Error

Observations

P-value

القيم الاحتمالية لاختبار t

بالنسبة لمعامل الانحدار: بيتا

هنا، القيمة أكبر من 0.05، مما يشير إلى عدم معنوية معامل

المتغير المستقل عند مستوى دلالة 0.05. وهي نفس القيمة

الاحتمالية لاختبار F

	df	Mean Square	F	Significance F
Regression	1	8182	0.373776888	
Residual	4			
Total	5	94.8333		

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	14.54210526	5.58047149	2.6058	0.059677119	-0.95176749	30.035978
X Variable 1	0.547368421	0.54721025	1.000289	0.373776888	-0.9719308	2.06666764

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics

Multiple R	0.447317
------------	----------

R Square	
----------	--

Adjusted R Square	
-------------------	--

Standard Error	
----------------	--

Observations	
--------------	--

Upper 95% و Lower 95%

يشير إلى تقدير فترة الثقة لمعاملات الانحدار: ألفا وبيتا
فمن خلال معادلات محددة مرتبطة باختبار t نصل إلى هذه النتائج والتي يمكن القول بناء عليها:

أننا متأكدون بنسبة ٩٥% بأن معاملات الانحدار تكون بين أقل قيمة وأعلى قيمة المذكورة

Total	5	94.83333333			
--------------	---	-------------	--	--	--

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	14.54210526	5.58047149	2.605892	0.059677119	-0.95176749	30.035978
X Variable 1	0.547368421	0.54721025	1.000289	0.373776888	-0.9719308	2.06666764

الدلالة الإحصائية لنموذج الانحدار الخطي البسيط

للتحقق من الدلالة الإحصائية في نموذج الانحدار الخطي البسيط، نقوم بإجراء اختبار فيشر F

(أي نحسب قيمة F المحسوبة، ونقارنها بـ F الجدولية)

حساب قيمة F من خلال معامل الارتباط r

يتم حساب قيمة F من خلال المعادلة التالية:

$$F = \frac{r^2}{1 - r^2} \times (n - 2)$$

ملاحظة: يجب التنبيه إلى أن هذه الطريقة المختصرة لحساب F تصلح فقط في نموذج الانحدار الخطي البسيط، ولا تصلح للانحدار المتعدد.

حساب قيمة F من خلال معامل الارتباط r

احفظ هذه المعادلة

يتم حساب قيمة F من خلال المعادلة التالية:

$$F = \frac{r^2}{1 - r^2} \times (n - 2)$$

ملاحظة: يجب التنبيه إلى أن هذه الطريقة المختصرة لحساب F تصلح فقط في نموذج الانحدار الخطي البسيط، ولا تصلح للانحدار المتعدد.

حساب قيمة F من خلال معامل الارتباط r

ثم تتم مقارنة قيمة F المحسوبة بالجدولية:

- إذا كانت المحسوبة أكبر من الجدولية، فإننا نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل، وبالتالي: توجد علاقة انحدار خطية، وأن نموذج الانحدار صالح للقياس.
- أما إذا كانت المحسوبة أصغر من الجدولية، فإننا نقبل الفرض الصفري ونرفض البديل، وبالتالي: لا توجد علاقة انحدار خطية، وأن نموذج الانحدار غير صالح للقياس.

قم بحل التمارين الموجودة في الموقع الالكتروني

app-fa.com/statistics

ووصول نسبة الإنجاز إلى ١٠٠%

شكرا لكم

شكر الله لكم حسن استماعكم ومتابعتكم