مقرر الإحصاء

إعداد

د. فهد بن محمد بكر عابد

الأستاذ المشارك بقسم الاقتصاد _كلية الأنظمة والاقتصاد

بالجامعة الإسلامية بالمدينة المنورة

تحليل الارتباط

(معامل بيرسون – معامل سبيرمان)

- مقدمة
- قوة الارتباط
- معامل الارتباط البسيط
- معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون
- معامل الارتباط الرتبي لسبيرمان
- الدلالة الإحصائية

مقدمة

مقدمة

في المحاضرات السابقة كنا نتعامل مع بيانات ذات متغير واحد و[كنا نرمز له بالرمز x]، وفي هذه الفصول السابقة قمنا بـ : جمع البيانات وتنظيمها وعرضها، واستخراج مقاييس خاصة بها. وكل ذلك كان من خلال القسم الأول من علم الإحصاء، وهو الإحصاء الوصفي.

مقدمة

وفي هذا الباب سنتناول الأساليب الإحصائية لتقييم العلاقات بين عدة متغيرات من خلال ما يسمى بتحليل الارتباط؛ لمعرفة ما إذا كان هناك علاقة (ارتباط) بين ظاهرتين أو أكثر.

مقدمة

في هذا الباب سنتعامل مع بيانات يمثلها **متغير** x وبيانات أخرى يمثلها **متغير** آخر y، ونبحث في:

١) هل هناك علاقة بين هاتين المجموعتين من البيانات أم لا: فإذا كانت هناك علاقة نقول إن المتغيرين x، y مرتبطان، وإلا فهما غير مرتبطين.

٢) مدى قوة هذه العلاقة إن وُجدت، وهل هي قوية جدا أم قوية أم متوسطة أم ضعيفة أم ضعيفة...

٣) نوع هذه العلاقة [إن وُجدت]، وهل هي طردية أم عكسية.

مقدمة

في هذا الفصل سنتعامل مع بيانات يمثلها **متغير** x وبيانات أخرى يمثلها **متغير** آخر y، ونبحث في:

١) هل هناك علاقة بين هاتين المجموعتين من البيانات أم لا: فإذا كانت هناك علاقة نقول إن المتغيرين x، y مرتبطان، وإلا فهما غير مرتبطين.

٢) مدى قوة هذه العلاقة إن وُجدت، وهل هي قوية جدا أم قوية أم متوسطة أم ضعيفة أم ضعيفة...

٣) نوع هذه العلاقة [إن وُجدت]، وهل هي طردية أم عكسية.

الطردية: كلما **زادت** قيمة x **زادت** قيمة y. والعكسية: كلما **زادت** قيمة x **نقصت** قيمة y.

مقدمة

x	2	4	6	8	10	12
y	5	5.5	9	9.7	13	14

أمثلة على العلاقة بين المتغيرات: هل توجد علاقة بين:

أ- الإنفاق على الإعلانات وبين المبيعات

ب- معدل الذكاء ودرجة الطالب

ج- الطول والوزن

د- عدد ساعات المذاكرة ودرجة الطالب

هـ- درجة القلق ودرجة الطالب

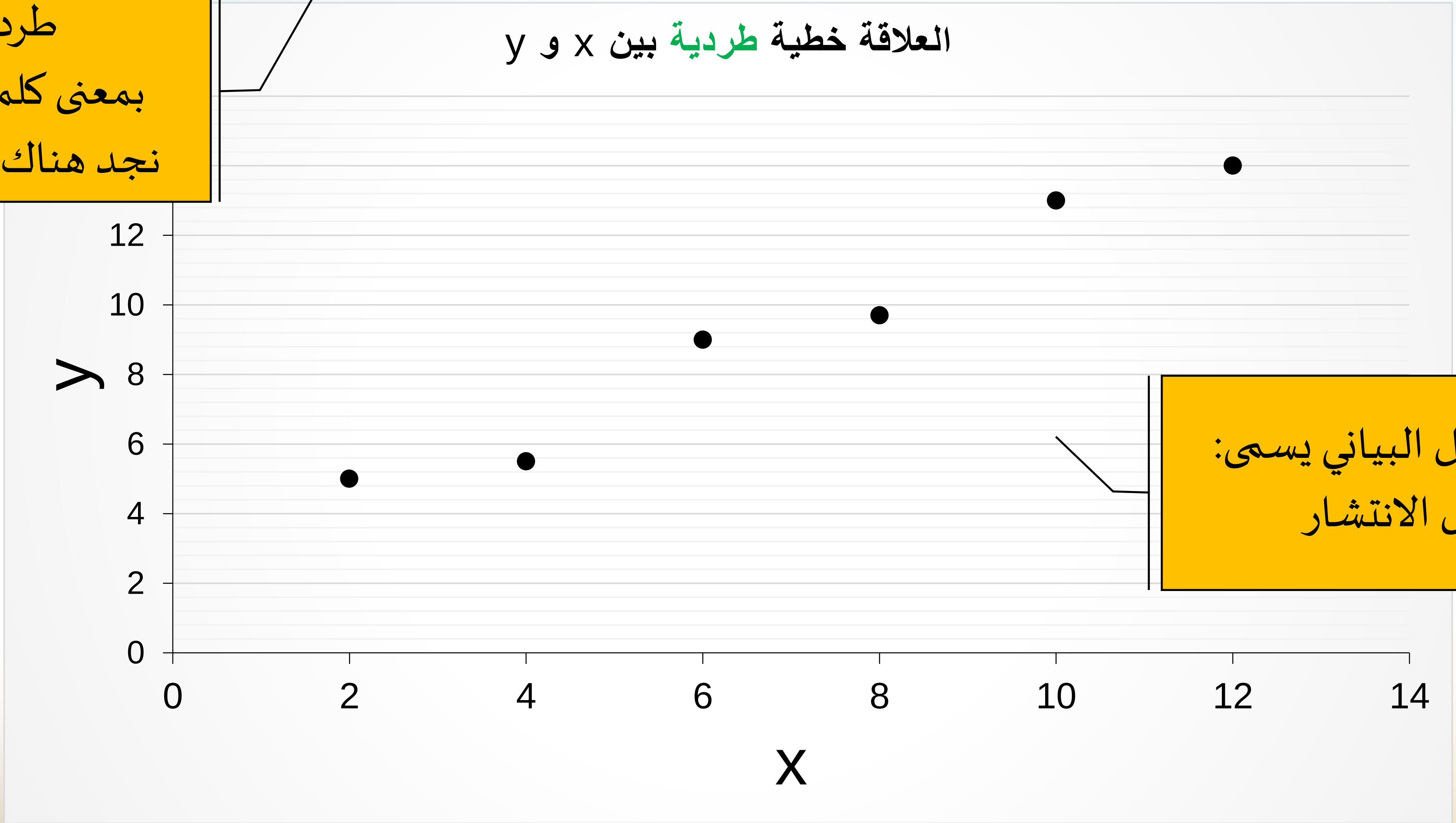
و- الإنفاق على التسويق والأرباح

ز- العلاقة بين .... والنمو الاقتصادي

ستتعرف فيما يلي على بعض أنواع العلاقات

12	10	8	6	4	2	**x**
14	13	9.7	9	5.5	5	**y**

طردية:
بمعنى كلما زادت x
نجد هناك زيادة في y



هذا الشكل البياني يسمى:
شكل الانتشار

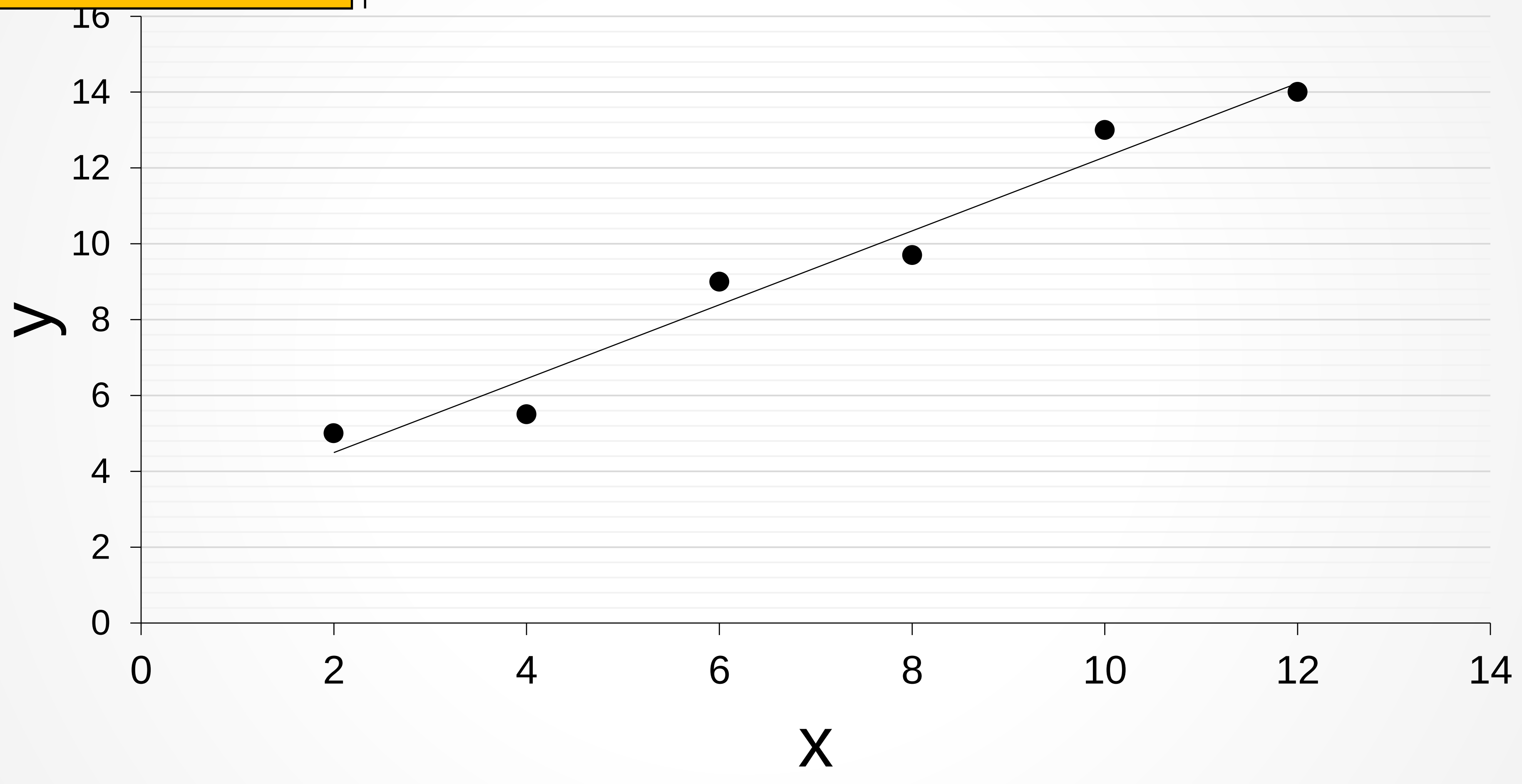
[illegible]	[illegible]	8	6	4	2	x
[illegible]	[illegible]	9.7	9	5.5	5	y

العلاقة خطية:

يعني أنه يمكننا رسم خط على نقاط شكل الانتشار

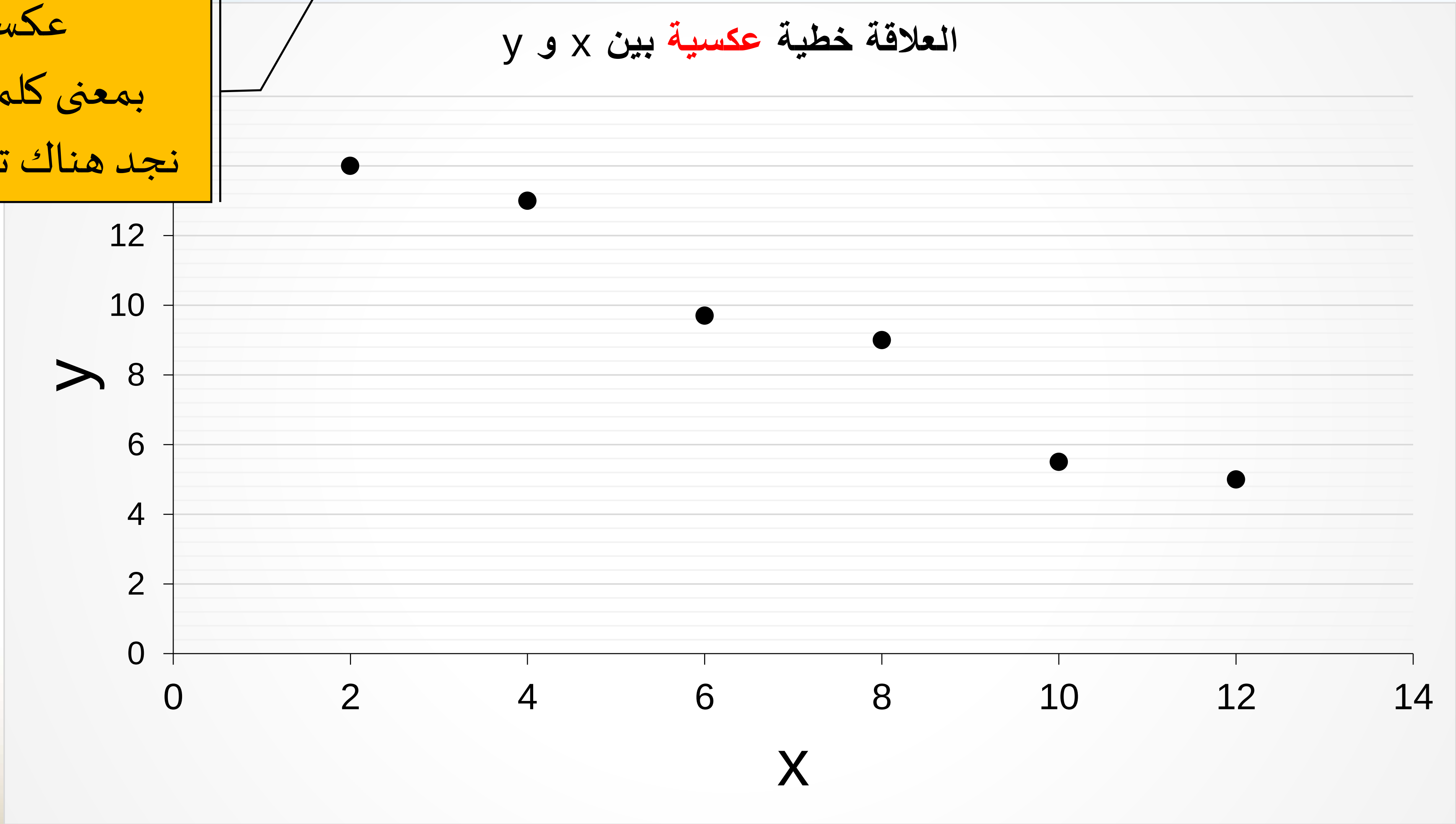
أو قريبا منها

العلاقة خطية طردية بين x و y



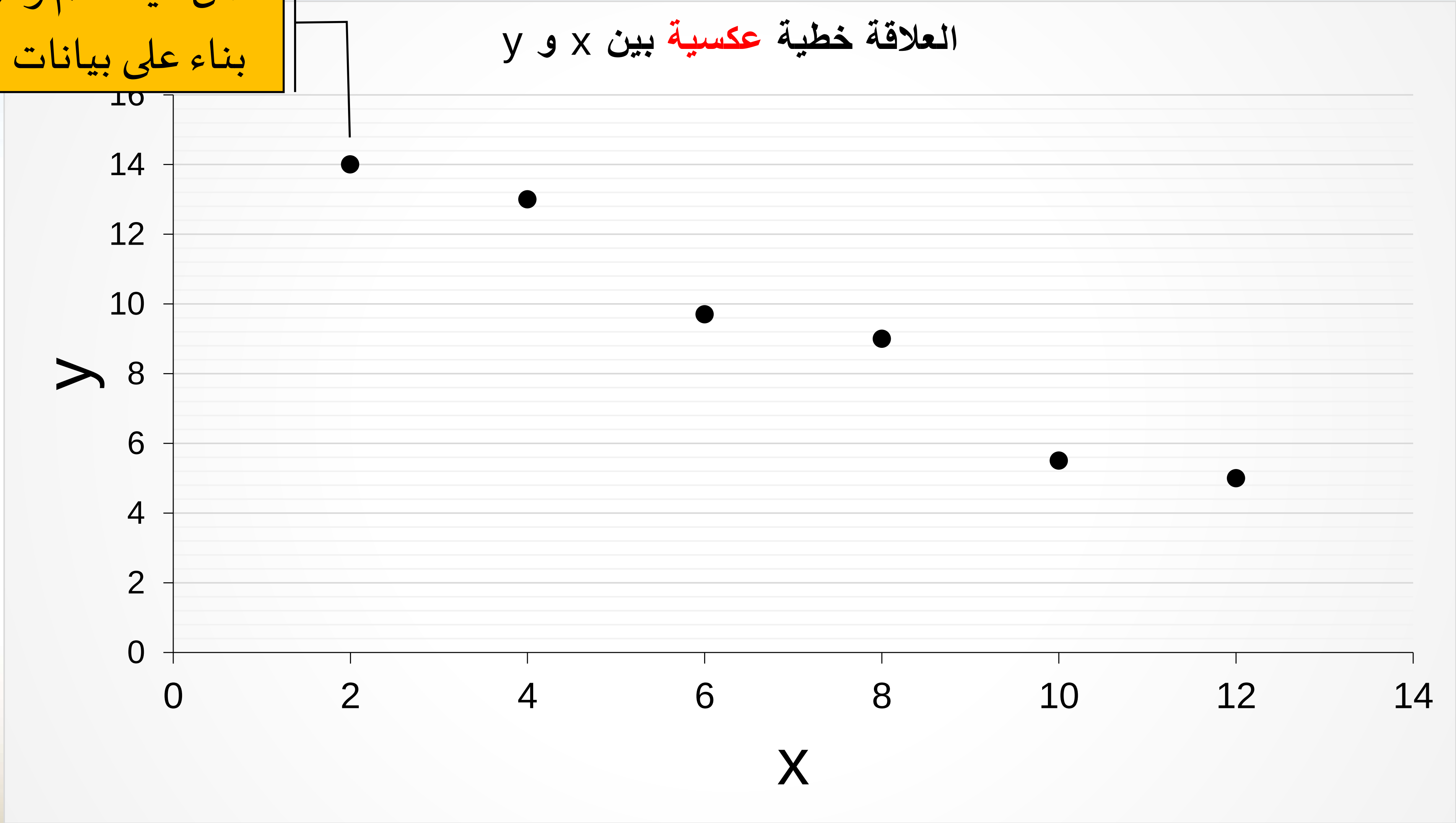
12	10	8	6	4	2	**x**
5	5.5	9	9.7	13	14	**Y**

عكسية:
بمعنى كلما زادت x
نجد هناك تناقص في y



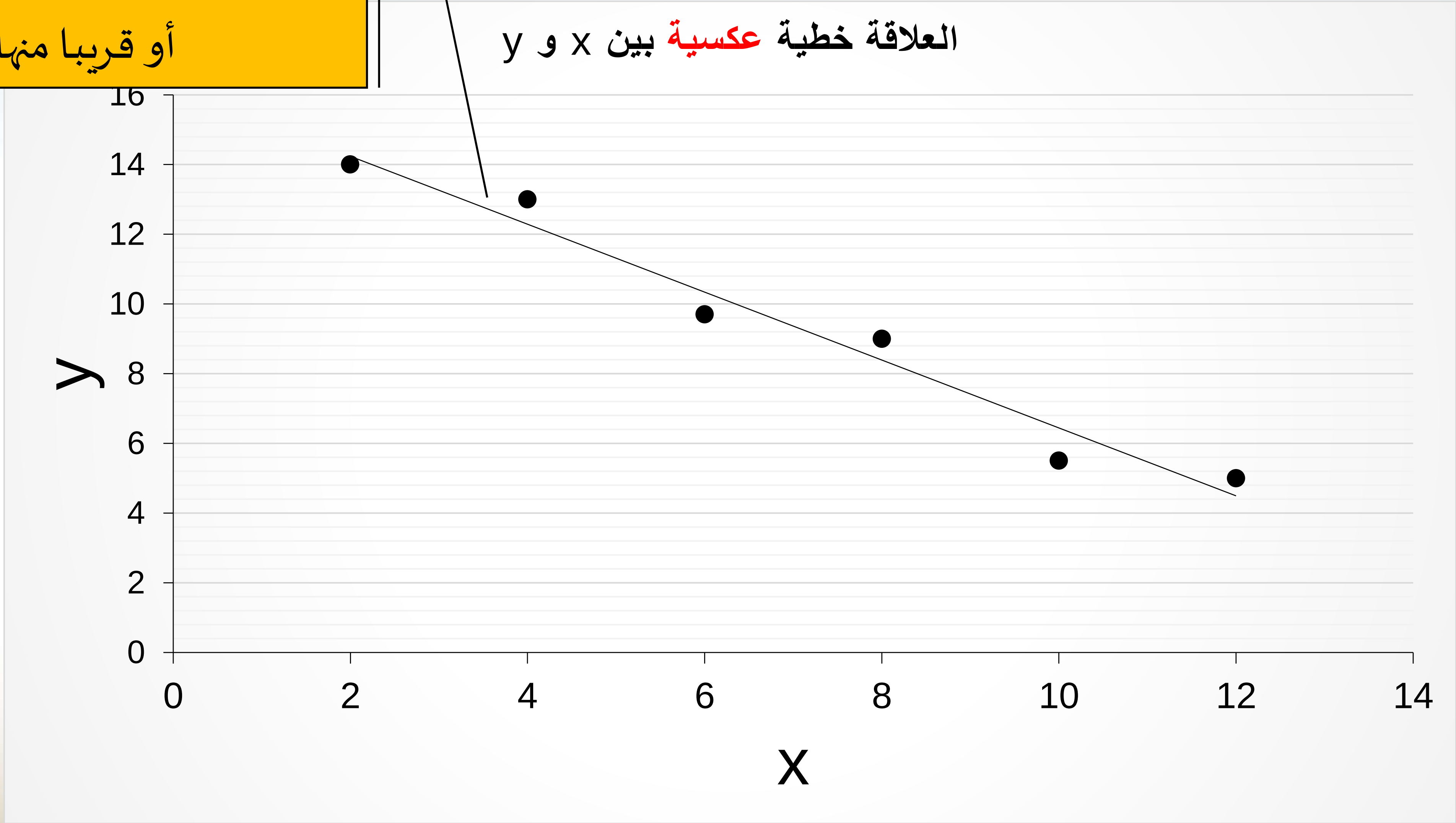
12	10	8	6	4	2	**x**
5	5.5	9	9.7	13	14	**Y**

تأمل كيف تم وضع هذه النقاط بناء على بيانات الجدول أعلاه

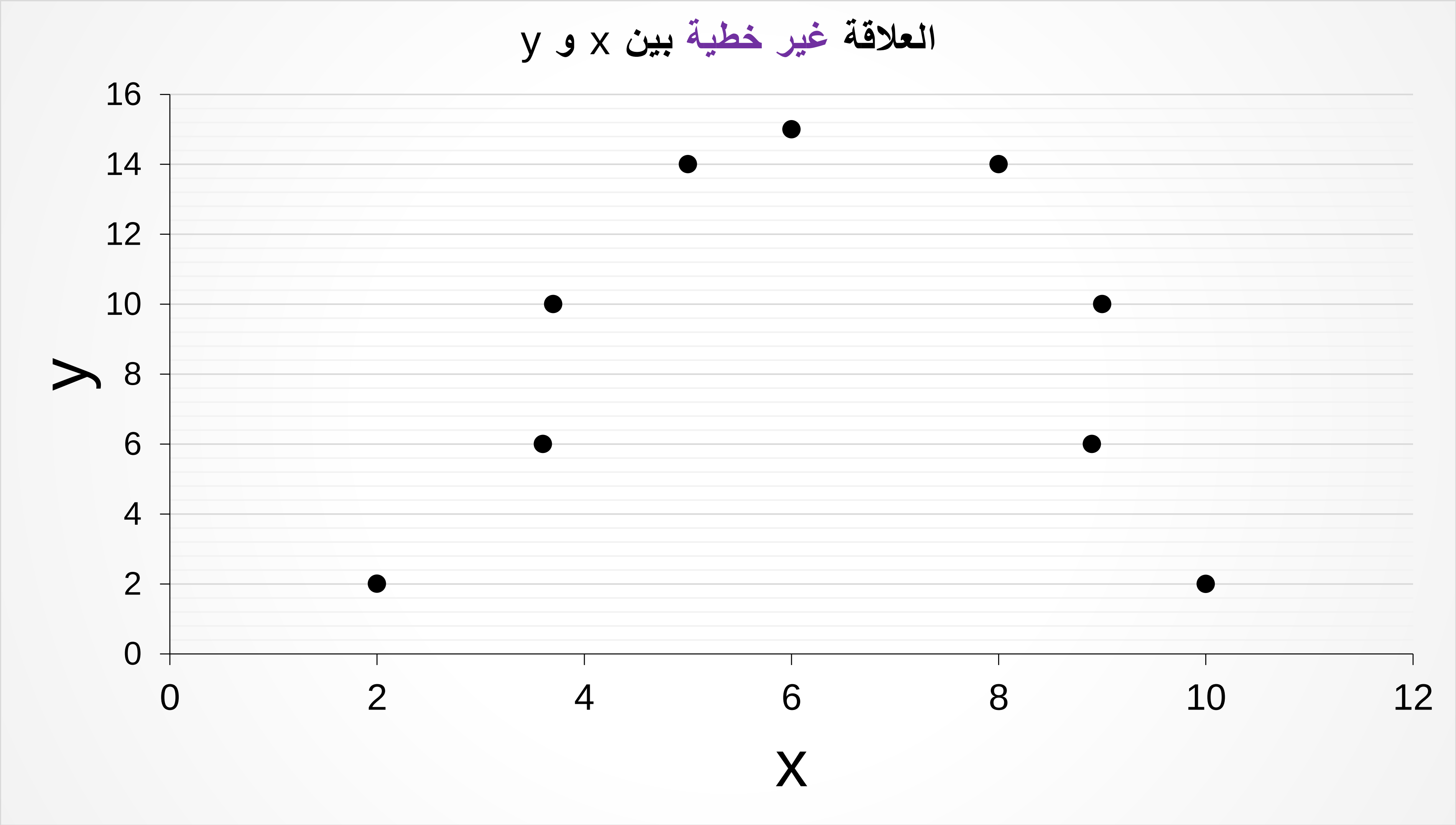


12	10	8	6	4	2	x
[illegible]	[illegible]	9	9.7	13	14	Y

نقول بأن العلاقة خطية:
لأنه يمكننا رسم خط على نقاط
شكل الانتشار
أو قريبا منها

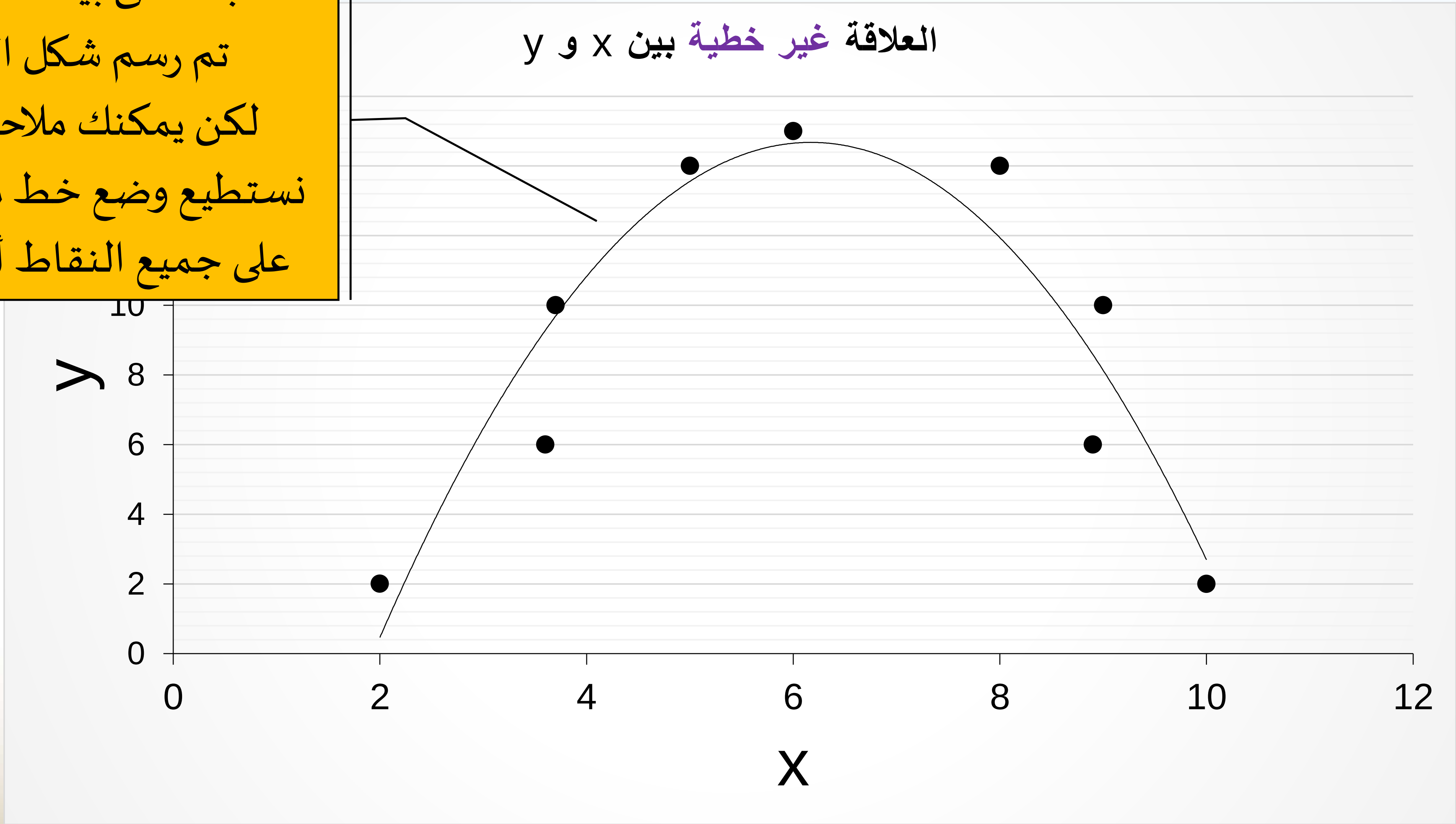


10	8.9	9	8	6	5	3.7	3.6	2	**x**
2	6	10	14	15	14	10	6	2	**Y**

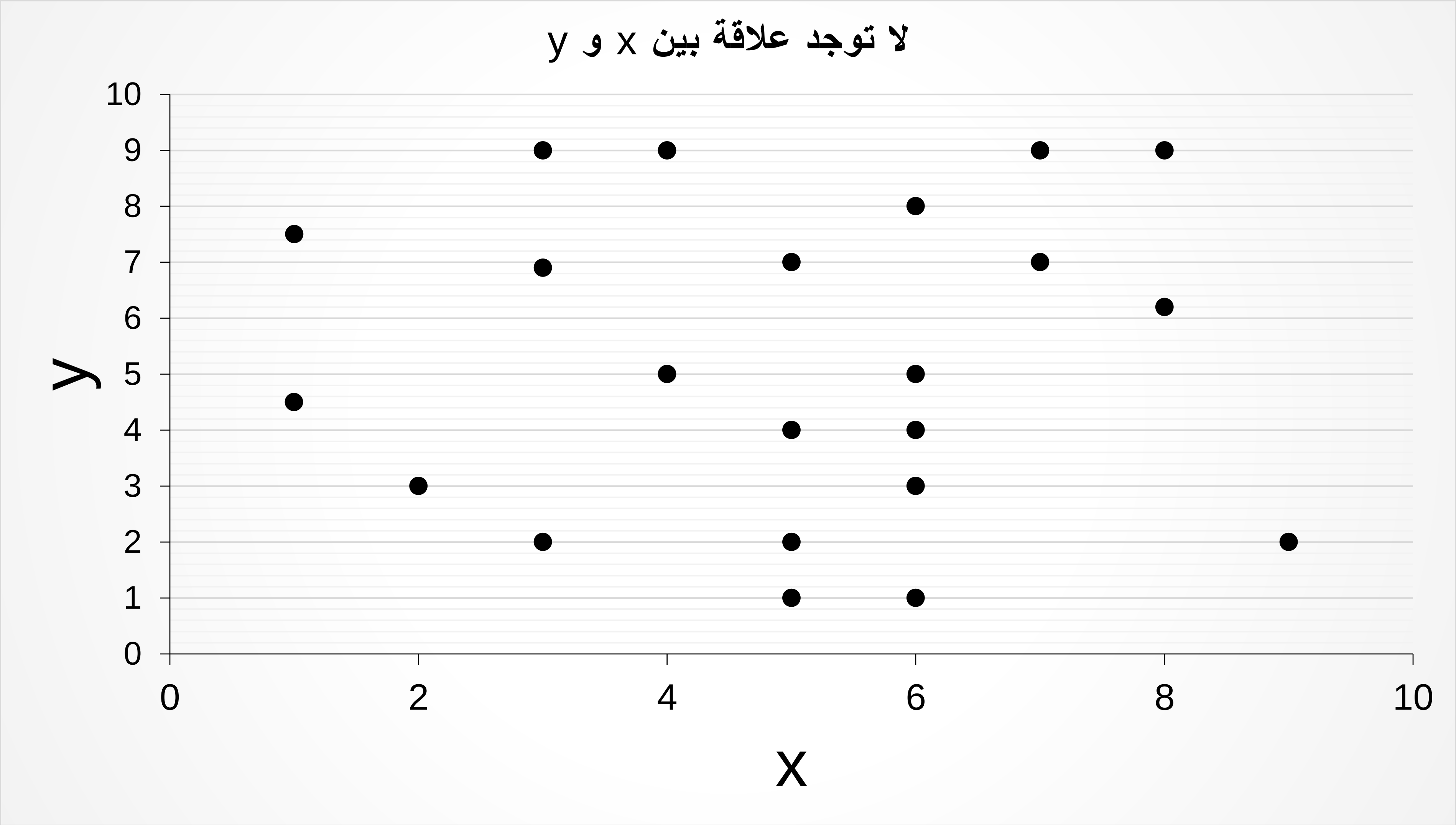


10	8.9	9	8	6	5	3.7	3.6	2	x
2	6	10	14	15	14	10	6	2	Y

بناء على بيانات الجدول
تم رسم شكل الانتشار
لكن يمكنك ملاحظة أنه لا
نستطيع وضع خط مستقيم يمر
على جميع النقاط أو قريبا منها



8	6	3	6	5	1	5	4	6	6	7	3	8	1	**X**
9	1	2	3	7	7.5	1	9	8	5	9	6.9	6.2	4.5	**Y**



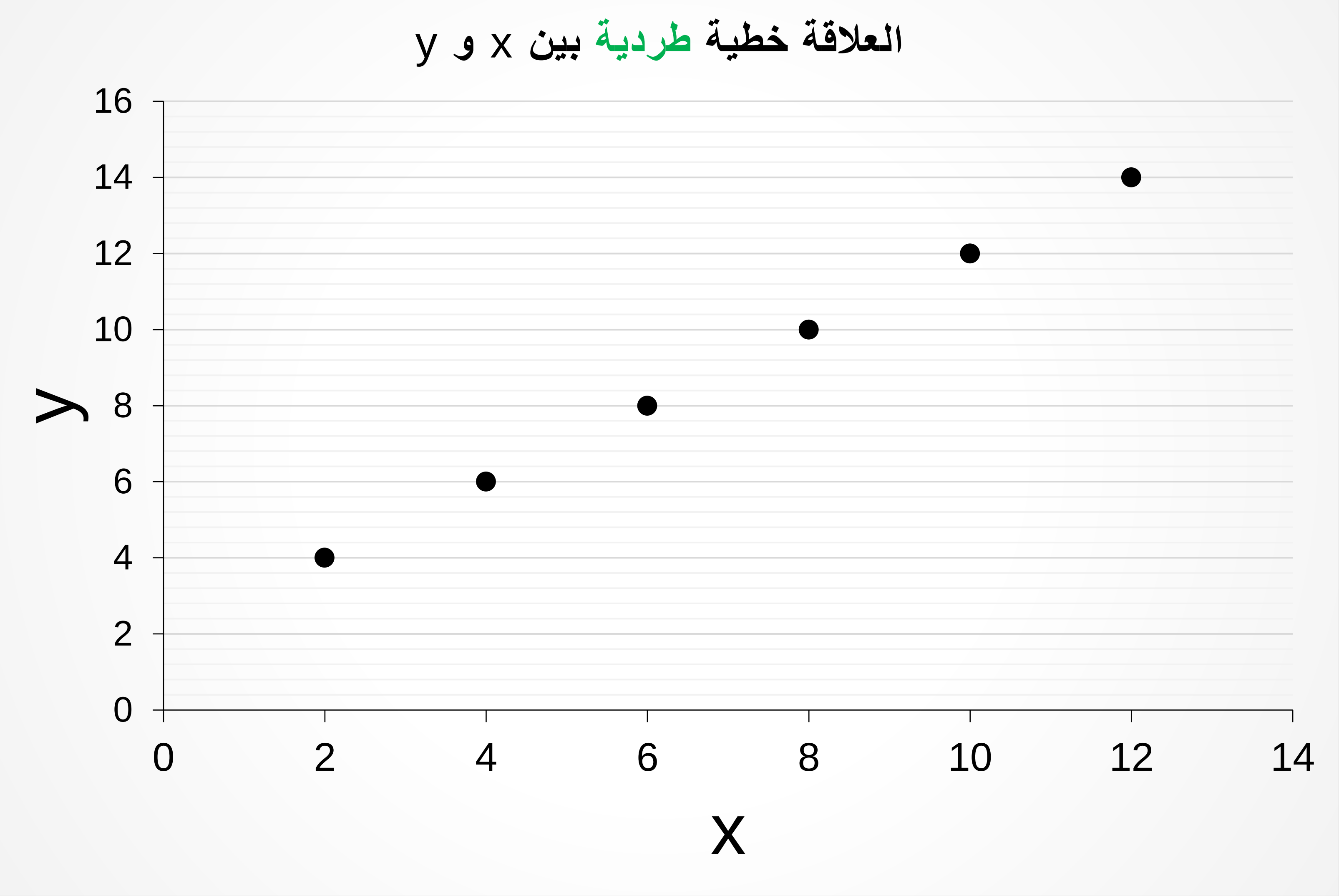
تحليل الارتباط

(باستخدام معامل الارتباط الخطي لبيرسون)

- ◈ مقدمة
- ◈ قوة الارتباط
- ◈ معامل الارتباط البسيط
- ◈ معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون
- ◈ معامل التحديد
- ◈ الدلالة الإحصائية

قوة الارتباط

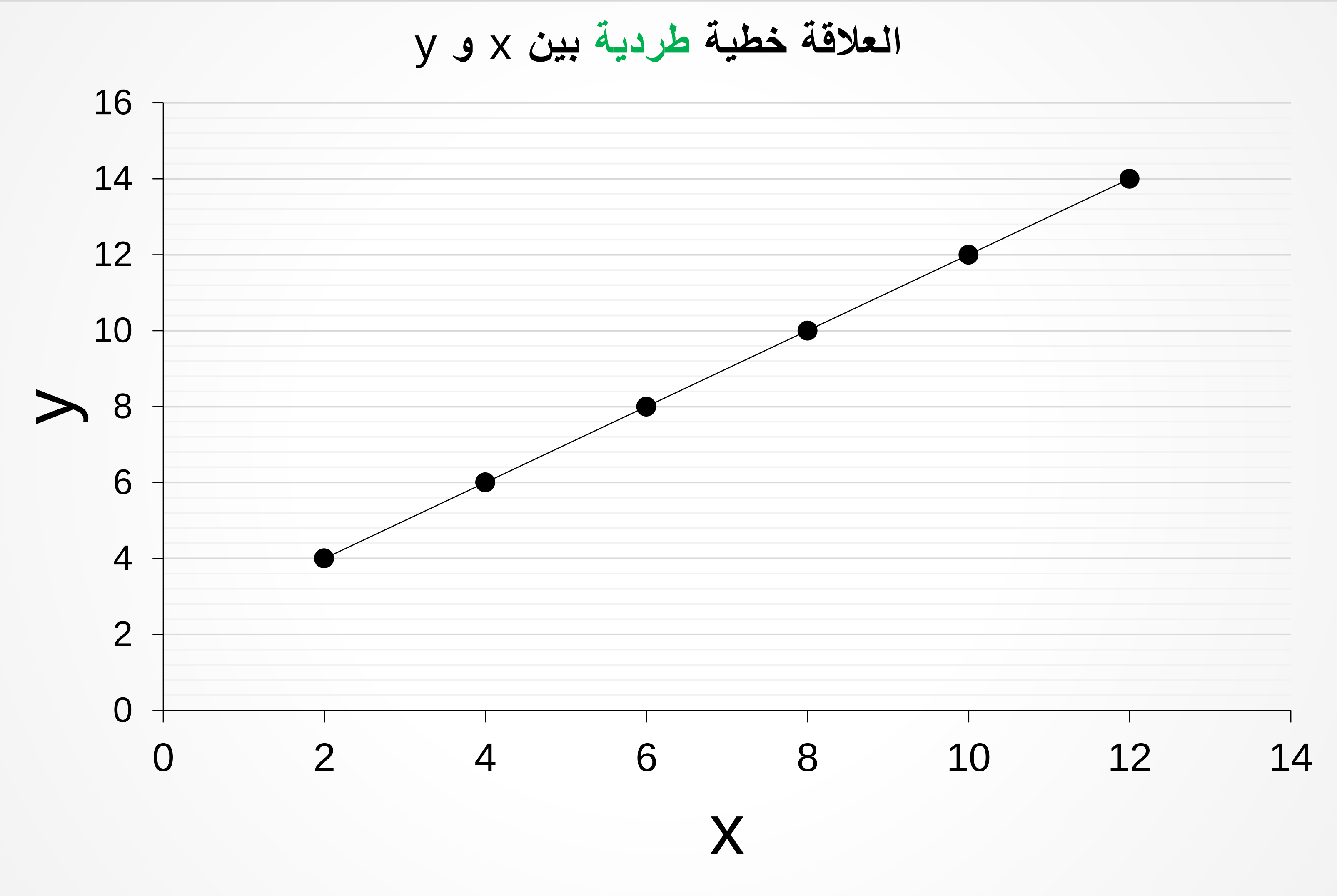
12	10	8	6	4	2	**x**
14	12	10	8	6	4	**Y**



قوة الارتباط:

إذا أمكن رسم خط مستقيم يمر بجميع نقاط شكل الانتشار سُمي الارتباط "ارتباط تاما".

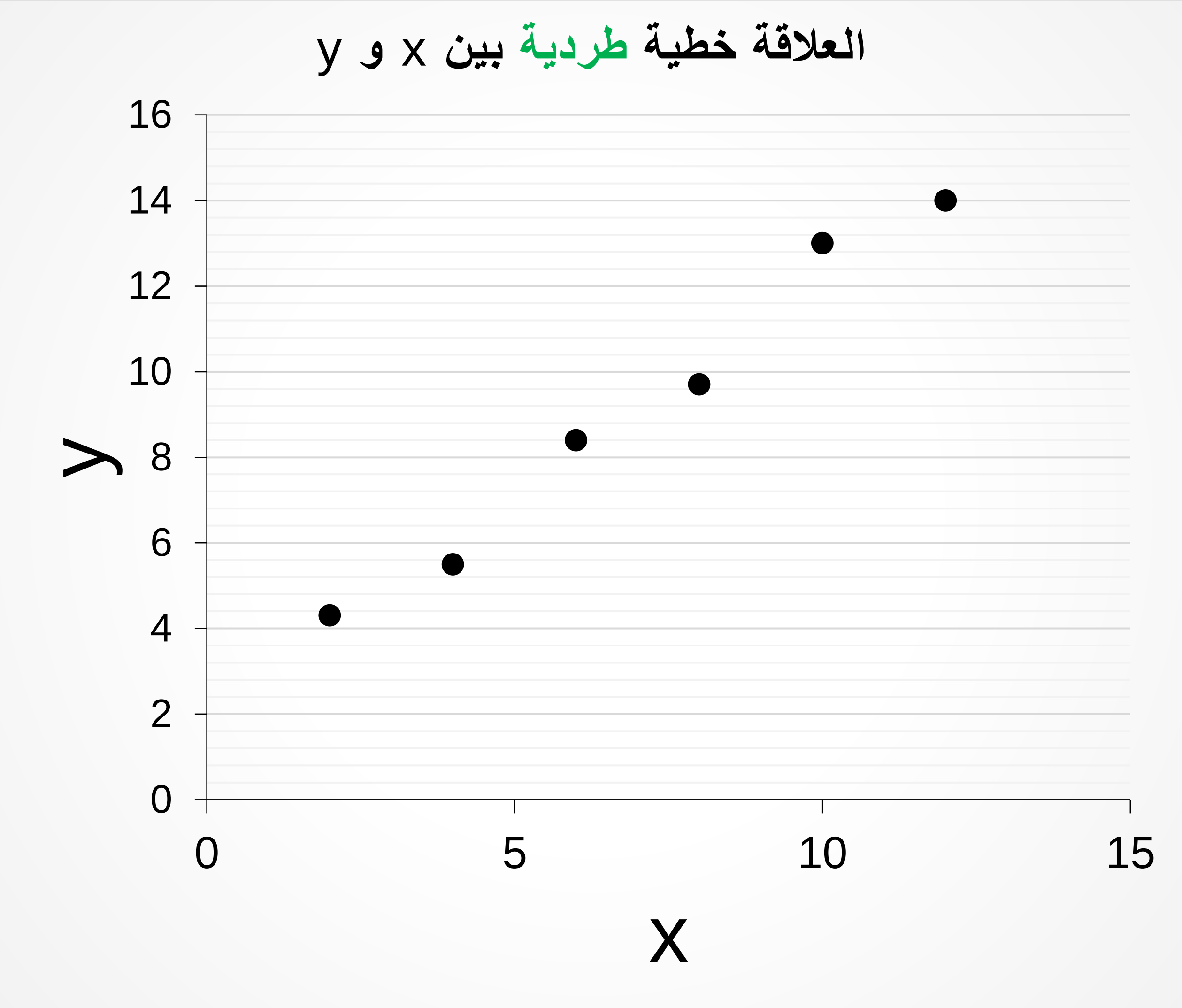
12	10	8	6	4	2	**x**
14	12	10	8	6	4	**Y**



قوة الارتباط:

إذا أمكن رسم خط مستقيم يمر بجميع نقاط شكل الانتشار سُمي الارتباط "ارتباط تاما".

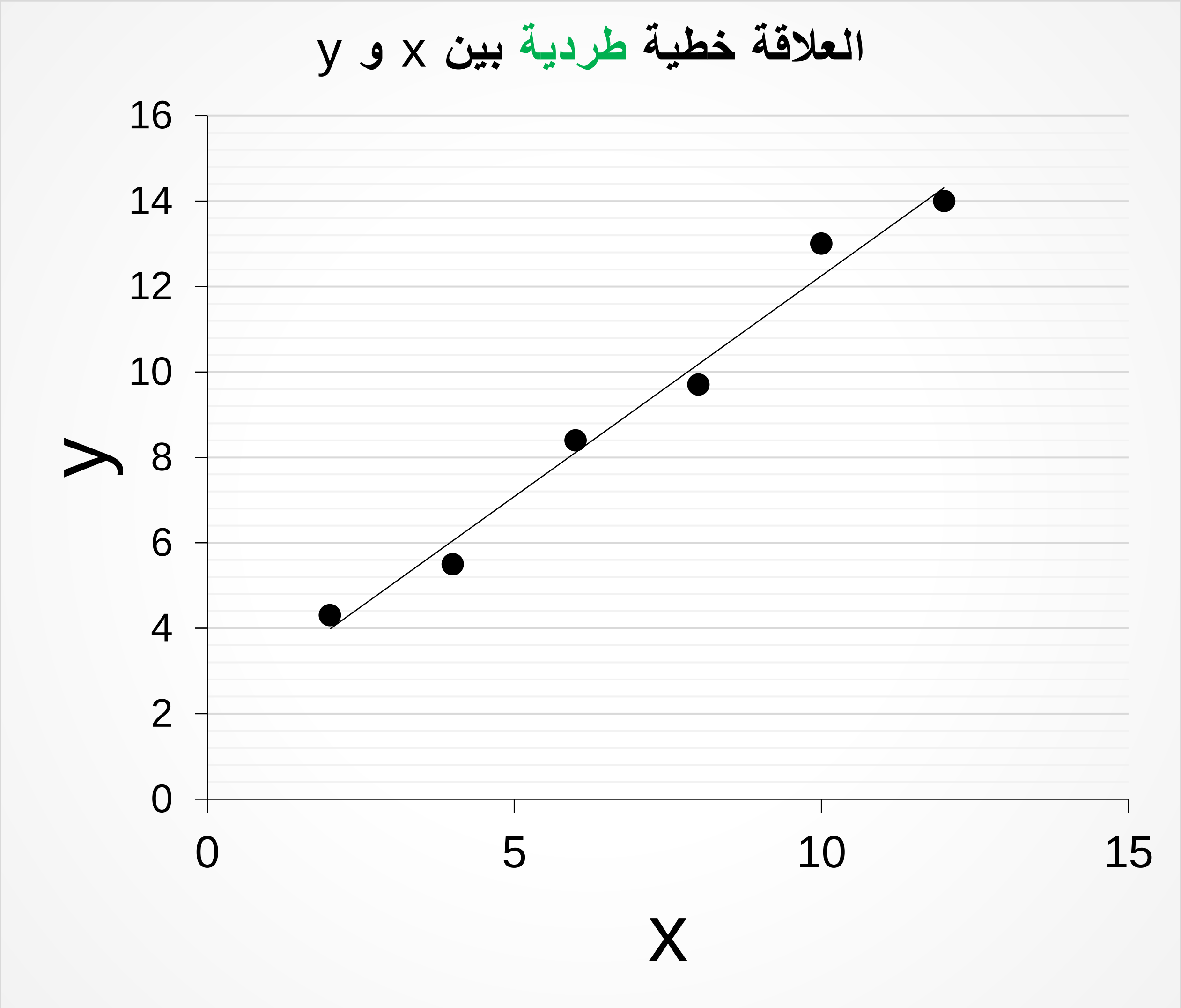
12	10	8	6	4	2	**x**
14	13	9.7	8.4	5.5	4.3	**Y**



قوة الارتباط:

وإذا أمكن رسم خط مستقيم بحيث تكون انحرافات النقاط عنه ضعيفة جدا سُمي الارتباط "ارتباط قوي".

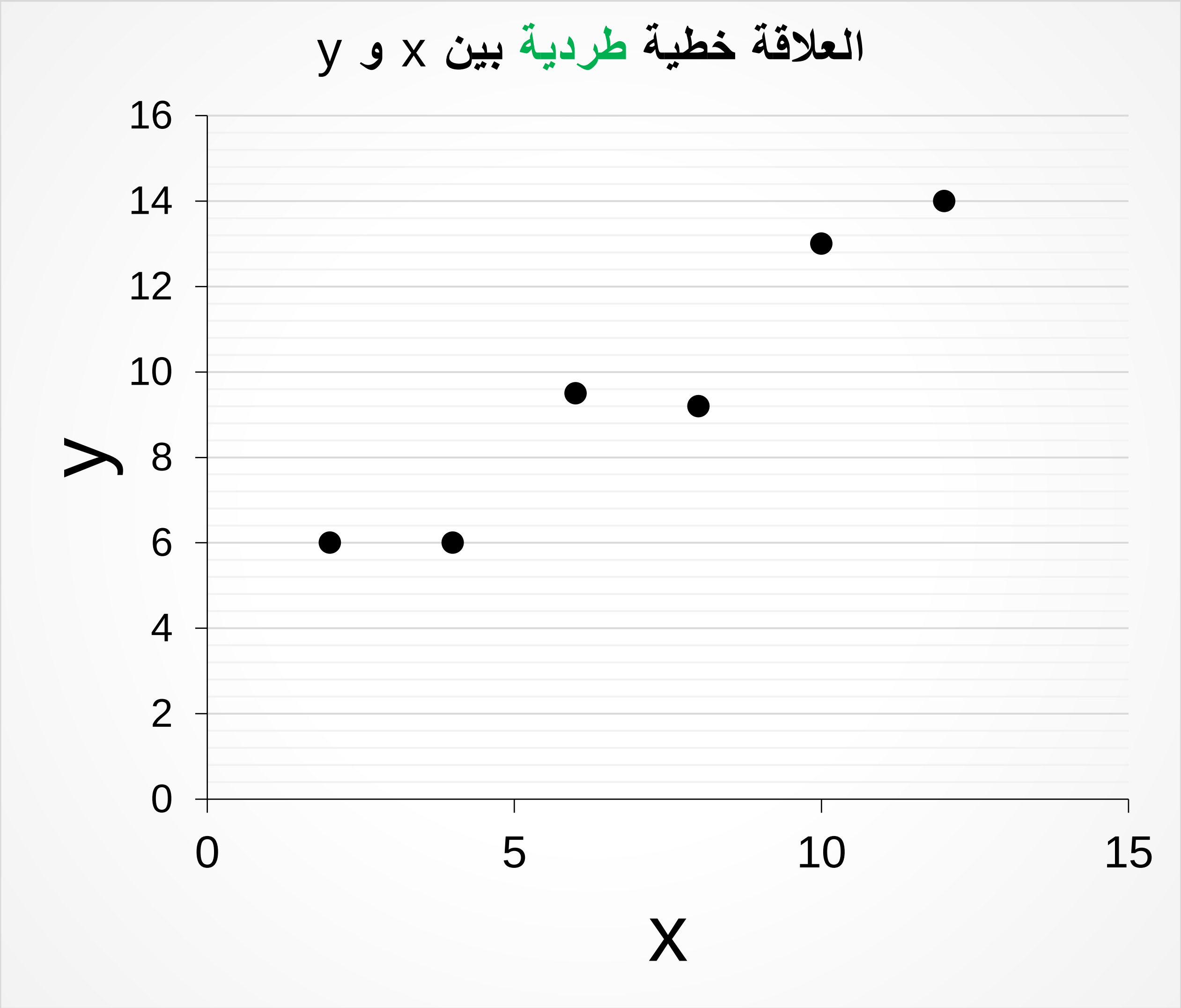
12	10	8	6	4	2	**x**
14	13	9.7	8.4	5.5	4.3	**Y**



قوة الارتباط:

وإذا أمكن رسم خط مستقيم بحيث تكون انحرافات النقاط عنه ضعيفة جدا سُمي الارتباط "ارتباط قوي".

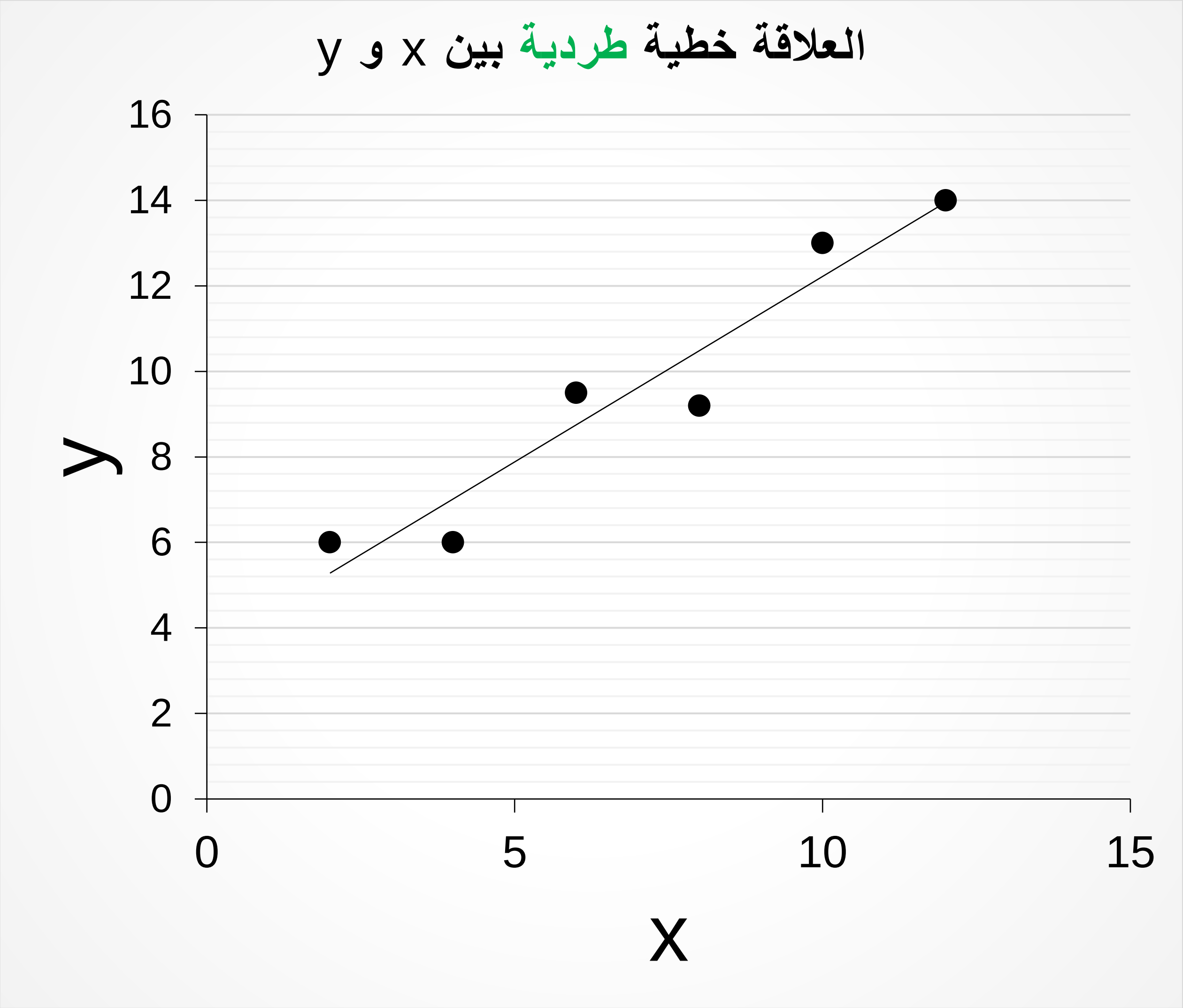
12	10	8	6	4	2	**x**
14	13	9.2	9.5	6	6	**Y**



قوة الارتباط:

وإذا كانت بعيدة بشكل معقول سمي بـ"ارتباط متوسط"

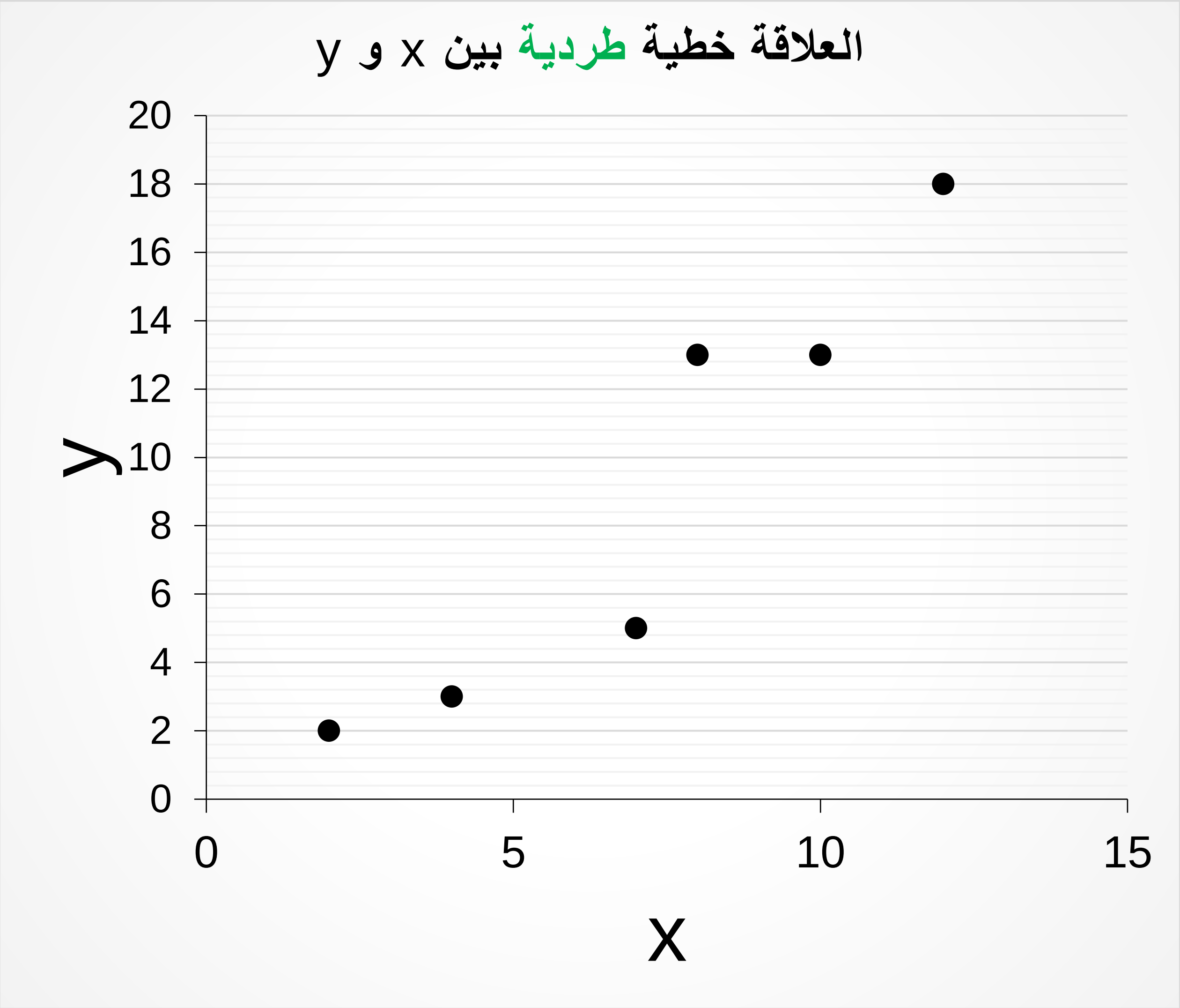
12	10	8	6	4	2	**x**
14	13	9.2	9.5	6	6	**Y**



قوة الارتباط:

وإذا كانت بعيدة بشكل معقول سمي بـ"ارتباط متوسط"

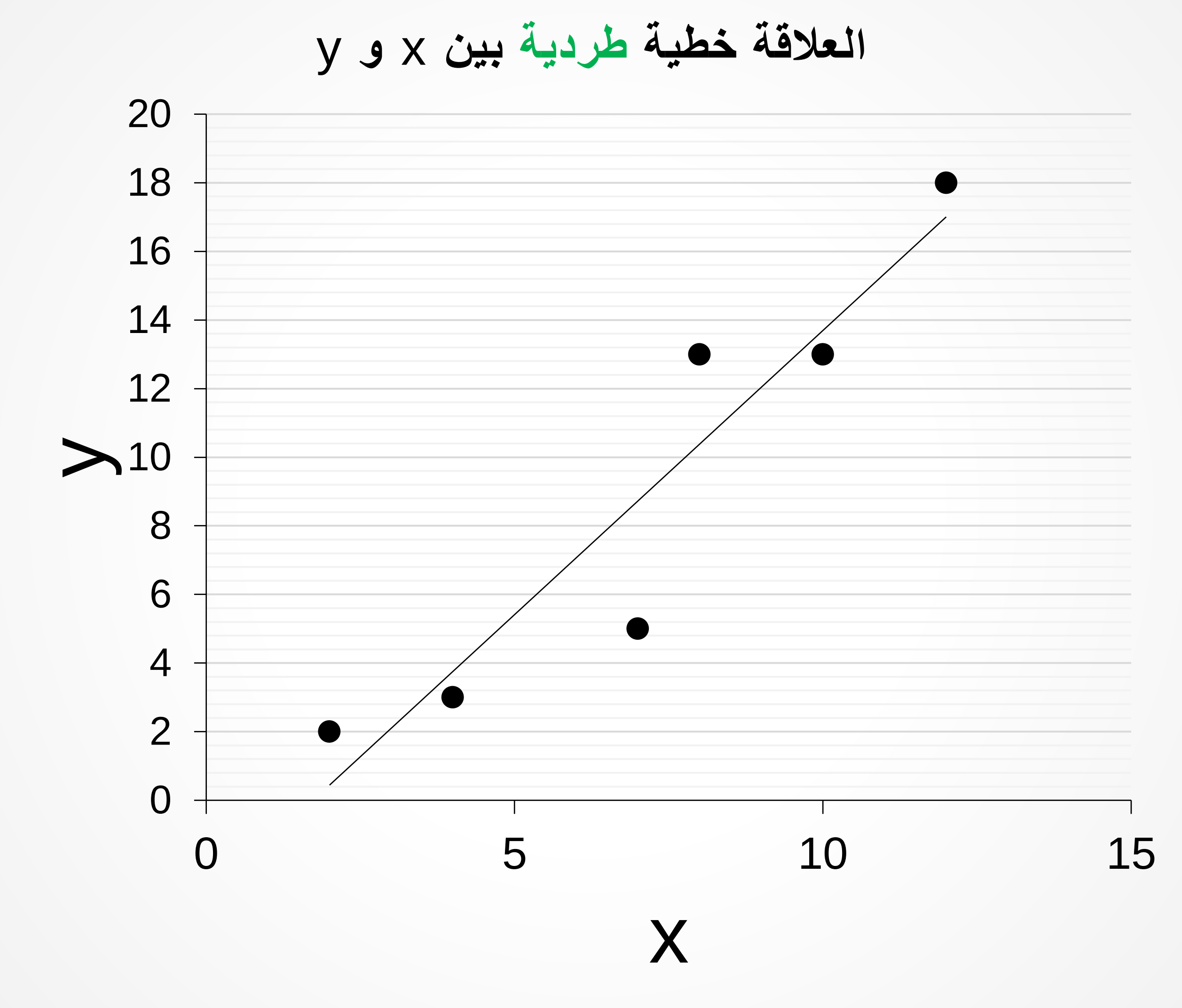
12	10	8	7	4	2	**X**
18	13	13	5	3	2	**Y**



قوة الارتباط:

وإذا كانت الانحرافات بعيدة جدا سُمي هذا الارتباط بـ "ارتباط ضعيف"

12	10	8	7	4	2	**X**
18	13	13	5	3	2	**Y**



قوة الارتباط:

وإذا كانت الانحرافات بعيدة جدا سُمي هذا الارتباط بـ "ارتباط ضعيف"

تحليل الارتباط

(باستخدام معامل الارتباط الخطي لبيرسون)

- مقدمة
- قوة الارتباط
- معامل الارتباط البسيط
- معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون
- معامل التحديد
- الدلالة الإحصائية

معامل الارتباط البسيط

معامل الارتباط البسيط

يُستخدم في تحديد ما إذا كان هناك علاقة بين المتغيرين، وكذلك تحديد نوع وقوة العلاقة إن وُجدت، أما في حالة دراسة مدى وجود علاقة ارتباطية بين أكثر من متغيرين فإنه يتم الاعتماد على معاملات أخرى ليست محل دراستنا، مثل: معامل الارتباط المتعدد و معامل الارتباط الجزئي. حيث يتم دراسة تأثير أحد المتغيرات مع تثبيت المتغيرات الأخرى [كما في حالة كثير من المشكلات الاقتصادية حيث يتم دراسة تأثير السعر على الكمية المطلوبة بفرض ثبات الجودة ومستوى الذوق].

معامل الارتباط البسيط

ويتم استخدام معامل الارتباط في الحكم على نوع العلاقة بين المتغيرين [حيث تكون علاقة طردية أو عكسية]، وكذلك بالنسبة لقوة العلاقة [فقد تكون قوية أو متوسطة أو ضعيفة].

معامل الارتباط البسيط

وعادة ما يتم تقسيم المتغيرات محل الدراسة إلى:

متغيرات مستقلة x: وهي التي بتغير قيمتها تؤثر في تغيير قيمة متغير أو متغيرات أخرى.

متغيرات تابعة y: وهي التي تتغير قيمتها بتغير المتغيرات المستقلة أو إحداها.

وسيتم قياس الارتباط البسيط من خلال كل من:

- معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون Person's Correlation Coefficient
- معامل ارتباط الرتب لسبيرمان Spearman Rank Correlation Coefficient

معامل الارتباط البسيط

وعادة ما يتم تقسيم المتغيرات محل الدراسة إلى:

متغيرات مستقلة x: وهي التي بتغير قيمتها تؤثر في تغيير قيمة م

متغيرات تابعة y: وهي التي تتغير قيمتها بتغير المتغيرات المستقلـ

وسيتم قياس الارتباط البسيط من خلال كل من:

- معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون Person's Correlation Coefficient
- معامل ارتباط الرتب لسبيرمان Spearman Rank Correlation Coefficient

هذه ضمن الاختبارات الإحصائية
التي سبقت الإشارة إليها في
مستويات مقاييس البيانات

- معامل بيرسون
- معامل سيرمان

تحليل الارتباط

(باستخدام معامل الارتباط الخطي لبيرسون)

- مقدمة
- قوة الارتباط
- معامل الارتباط البسيط
- معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون
- معامل التحديد
- الدلالة الإحصائية

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

كارل بيرسون (١٩٣٦م): هو رياضياتي وزميل للجمعية الملكية، وزمالة الجمعية الملكية: هي جائزة وزمالة تُعطى من الجمعية الملكية في لندن للأفراد الذي ساهموا بمساهمات كبيرة في تحسين المعرفة الطبيعية كالرياضيات، والهندسة، والعلوم، والطب.

وهو من أوجد أسس الإحصاء الرياضي. وفي عام ١٩١١م أسس أول قسم للإحصاء في العالم في كلية لندن الجامعية.

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

يُعتبر معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون والذي يُرمز له بـ r_p من أكثر الأدوات الإحصائية استخداماً في تحديد قوة العلاقة بين متغيرين، كما يُستعمل لتحديد مدى وجود علاقة خطية بين متغيرين، وهناك أكثر من صيغة يمكن الاعتماد عليها في حساب هذا المعامل على النحو التالي:

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

وتتراوح قيمة معامل الارتباط بين $+1$ و -1 **بمعنى**: $[-1 \leq r_p \leq 1]$، وطبقا لتلك القيمة تكون العلاقة على النحو التالي:

- أكبر من صفر إلى أقل من 0.3 تكون العلاقة **ضعيفة**.
- من 0.3 إلى أقل من 0.7 تكون العلاقة **متوسطة**.
- من 0.7 إلى الواحد الصحيح تكون العلاقة **قوية**.
- إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطي = **1** [الواحد الصحيح] فهذا يعني أن المتغيرين مرتبطان **ارتباطا تاما**.
- وإذا كانت قيمة معامل الارتباط = صفر، فهذا يعني: **عدم وجود علاقة خطية بين المتغيرين**.

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

إضافة لما سبق:

- إذا كانت قيمة معامل الارتباط أكبر من 1، فهذا لا يعني إلا: **وجود خطأ في الحسابات**.
- إذا كانت إشارة معامل الارتباط **موجبة**، فهذا يعني أن العلاقة **طردية**.
- وإذا كانت إشارة معامل الارتباط **سالبة**، فهذا يعني أن العلاقة **عكسية**.

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

المعنى	معامل ارتباط بيرسون
	0.9
	-0.87
	-0.21
	0.43
	1
	-0.51

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

معامل ارتباط بيرسون	المعنى
0.9	ارتباط طردي قوي جدا
-0.87	
-0.21	
0.43	
1	
-0.51	

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

معامل ارتباط بيرسون	المعنى
0.9	ارتباط طردي قوي جدا
-0.87	ارتباط عكسي قوي
-0.21	
0.43	
1	
-0.51	

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

معامل ارتباط بيرسون	المعنى
0.9	ارتباط طردي قوي جدا
-0.87	ارتباط عكسي قوي
-0.21	ارتباط عكسي ضعيف
0.43	
1	
-0.51	

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

معامل ارتباط بيرسون	المعنى
0.9	ارتباط طردي قوي جدا
-0.87	ارتباط عكسي قوي
-0.21	ارتباط عكسي ضعيف
0.43	ارتباط طردي متوسط
1	
-0.51	

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

معامل ارتباط بيرسون	المعنى
0.9	ارتباط طردي قوي جدا
-0.87	ارتباط عكسي قوي
-0.21	ارتباط عكسي ضعيف
0.43	ارتباط طردي متوسط
1	ارتباط طردي تام
-0.51	

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

المعنى	معامل ارتباط بيرسون
ارتباط طردي قوي جدا	0.9
ارتباط عكسي قوي	-0.87
ارتباط عكسي ضعيف	-0.21
ارتباط طردي متوسط	0.43
ارتباط طردي تام	1
ارتباط عكسي متوسط	-0.51

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

مميزات معامل بيرسون:

- سهولة الحساب: يمكن حساب معامل بيرسون بسهولة نسبيا.
- التفسير: يمكن تفسير قيمة معامل بيرسون بسهولة.
- التعميم: يمكن استخدام معامل بيرسون مع مجموعة متنوعة من البيانات.

عيوب معامل بيرسون:

- افتراض التوزيع الطبيعي للبيانات: فيجب أن تكون البيانات موزعة بشكل طبيعي.
- تأثيره بالقيم المتطرفة: يمكن أن تؤثر القيم المتطرفة بشكل كبير على قيمة معامل بيرسون، فتظهر القيمة المحسوبة أصغر من القيمة الجدولية.
- يتأثر بالعينة الصغيرة: فقد تظهر القيمة المحسوبة أصغر من القيمة الجدولية إذا كانت العينة صغيرة مع عدم وجود ارتباط بين المتغيرين.
- عدم ملاءمته للبيانات الوصفية الترتيبية.

جدول القيم الحرجة لمعامل الإرتباط بيرسون:

	(طرف واحد) One-tailed test		(طرفين) Two-tailed Test	
df	0.05	0.01	0.05	0.01
1	0.988	1.000	0.997	1.000
2	0.900	0.980	0.950	0.990
3	0.805	0.934	0.878	0.959
4	0.729	0.882	0.811	0.917
5	0.669	0.833	0.754	0.875
6	0.621	0.789	0.707	0.834
7	0.582	0.750	0.666	0.798
8	0.549	0.715	0.632	0.765
9	0.521	0.685	0.602	0.735
10	0.497	0.658	0.576	0.708
11	0.476	0.634	0.553	0.684
12	0.458	0.612	0.532	0.661
13	0.441	0.592	0.514	0.641
14	0.426	0.574	0.497	0.623
15	0.412	0.558	0.482	0.606
16	0.400	0.543	0.468	0.590
17	0.389	0.529	0.456	0.575
18	0.378	0.516	0.444	0.561
19	0.369	0.503	0.433	0.549
20	0.360	0.492	0.423	0.537
21	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

مثال:

بالنظر إلى جدول القيم الحرجة لمعامل بيرسون

إذا كانت قيمة معامل بيرسون للارتباط تساوي مثلا 0.643

فهذا يعني وجود علاقة ذات دلالة إحصائية بنسبة ثقة ٩٥%

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\,\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

مثال: فيما يلي بيان المبالغ التي تم إنفاقها على الإعلان x [بالمليون ريال]، والمبيعات y [بالمليون ريال]

x	2	3	2	7	6	5	10	15	4	11	9	8
y	10	12	9	22	18	19	26	33	18	22	15	17

- احسب معامل بيرسون للارتباط الخطي البسيط.
- احسب معامل التحديد.
- تأكد من الدلالة الإحصائية.

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10			
3	12			
2	9			
7	22			
6	18			
5	19			
10	26			
15	33			
4	18			
11	22			
9	15			
8	17			
82	221			

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

ناتج هذه العملية يمثل معامل الارتباط الخطي لبيرسون

x	y	xy	x^2	y^2
2	[illegible]			
3	[illegible]			
2	[illegible]			
7	[illegible]			
6	[illegible]			
5	19			
10	26			
15	33			
4	18			
11	22			
9	15			
8	17			
82	221			

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

n عبارة عن عدد القيم
وفي هذا المثال = 12

x	y	xy	x^2	y^2
2	10			
3	12			
2	9			
7	[illegible]			
6	[illegible]			
5	[illegible]			
10	[illegible]			
15	[illegible]			
4	18			
11	22			
9	15			
8	17			
82	221			

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10			
3	12			
2	9			
7	22			
6	18			
5	19			
10	26			
15	33			
4	18			
11	22			
9	15			
8	17			
82	221			

$\sum xy$

حاصل ضرب x في y

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\,\sqrt{\quad\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10			
3	12			
2	9			
7	22			
6	18			
5	19			
10	26			
15	33			
4	18			
11	22			
9	15			
8	17			
82	221			

$(\sum x)$

مجموع قيم x

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10			
3	12			
2	9			
7	22			
6	18			
5	19			
10	26			
15	33			
4	18			
11	22			
9	15			
8	17			
82	221			

$(\sum y)$

مجموع قيم y

n عبارة عن عدد القيم
وفي هذا المثال = 12

$$\frac{n\sum xy-(\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2-(\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2-(\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10			
3	12			
2	9			
7	22			
11	22			
9	15			
8	17			
82	221			

$$\sum x^2$$

مجموع قيم x^2

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10			
3	12			
2	[illegible]			
[illegible]	[illegible]			
82	221			

$$\left(\sum x\right)^2$$

مجموع قيم x ثم نربعه

$$(82)^2$$

$$\sum x^2$$

مجموع قيم x^2

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10			
3	12			
2	9			
7	22			
6	18			
5	19			
10	26			
15	33			
4	18			
11	22			
9	15			
8	17			
82	221			

$\sum y^2$

مجموع قيم y^2

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10			
3	12			
2	9			
82	221			

$$\left(\sum y\right)^2$$

مجموع قيم y ثم نربعه

$$(221)^2$$

$$\sum y^2$$

مجموع قيم y^2

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20		
3	12			
2	9			
7	22			
6	18			
5	19			
10	26			
15	33			
4	18			
11	22			
9	15			
8	17			
82	221			

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20		
3	12	36		
2	9	18		
7	22	154		
6	18	108		
5	19	95		
10	26	260		
15	33	495		
4	18	72		
11	22	242		
9	15	135		
8	17	136		
82	221	1771		

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20		
3	12	36		
2	9	18		
7	22	154		
6	18	108		
5	19	95		
10	26	260		
15	33	495		
4	18	72		
11	22	242		
9	15	135		
8	17	136		
82	221	1771		

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	
3	12	36	9	
2	9	18	4	
7	22	154	49	
6	18	108	36	
5	19	95	25	
10	26	260	100	
15	33	495	225	
4	18	72	16	
11	22	242	121	
9	15	135	81	
8	17	136	64	
82	221	1771	734	

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	
3	12	36		
2	9	18		
7	22	154		
6	18	108		
5	19	95		
10	26	260		
15	33	495		
4	18	72		
11	22	242		
9	15	135		
8	17	136		
82	221	1771	734	

$$\left(\sum x\right)^2$$

مجموع قيم x ثم نربعه

$$(82)^2$$

6724 =

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
2	9	18	4	81
7	22	154	49	484
6	18	108	36	324
5	19	95	25	361
10	26	260	100	676
15	33	495	225	1089
4	18	72	16	324
11	22	242	121	484
9	15	135	81	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	[illegible]	100
[illegible]	[illegible]	36	9	144
[illegible]	[illegible]	[illegible]	4	81
[illegible]	[illegible]	[illegible]	49	484
[illegible]	[illegible]	[illegible]	36	324
[illegible]	[illegible]	95	25	361
[illegible]	[illegible]	260	100	676
[illegible]	[illegible]	495	225	1089
[illegible]	[illegible]	72	16	324
[illegible]	[illegible]	242	121	484
[illegible]	[illegible]	135	81	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

$$\left(\sum y\right)^2$$

مجموع قيم y ثم نربعه

$$(221)^2$$

48841 =

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
2	9	18	4	81
7	22	154	49	484
6	18	108	36	324
5	19	95	25	361
10	26	260	100	676
15	33	495	225	1089
4	18	72	16	324
11	22	242	121	484
9	15	135	81	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
2	9	18	4	81
7	22	154	49	484
6	18	108	36	324
5	19	95	25	361
10	26	260	100	676
15	33	495	225	1089
4	18	72	16	324
11	22	242	121	484
9	15	135	81	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

$$r_p = \frac{12\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
2	9	18	4	81
7	22	154	49	484
6	18	108	36	324
5	19	95	25	361
10	26	260	100	676
15	33	495	225	1089
4	18	72	16	324
11	22	242	121	484
9	15	135	81	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

$$r_p = \frac{12(1771) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
2	9	18	4	81
7	22	154	49	484
6	18	108	36	324
5	19	95	25	361
10	26	260	100	676
15	33	495	225	1089
4	18	72	16	324
11	22	242	121	484
9	15	135	81	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

$$r_p = \frac{12(1771) - (82)(221)}{\sqrt{12\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{12\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
2	9	18	4	81
7	22	154	49	484
6	18	108	36	324
5	19	95	25	361
10	26	260	100	676
15	33	495	225	1089
4	18	72	16	324
11	22	242	121	484
9	15	135	81	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

$$r_p = \frac{12(1771) - (82)(221)}{\sqrt{12(734) - (\sum x)^2}\sqrt{12(4581) - (\sum y)^2}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
2	9	18	4	81
7	22	154	49	484
6	18	108	36	324
5	19	95	25	361
10	26	260	100	676
15	33	495	225	1089
4	18	72	16	324
11	22	242	121	484
9	15	135	81	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

$$r_p = \frac{12(1771) - (82)(221)}{\sqrt{12(734) - \left(\sum x\right)^2}\sqrt{12(4581) - \left(\sum y\right)^2}}$$

$(82)^2$

$6724 =$

$(221)^2$

$48841 =$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
2	9	18	4	81
7	22	154	49	484
6	18	108	36	324
5	[illegible]	95	[illegible]	361
10	[illegible]	260	[illegible]	676
15	[illegible]	495	[illegible]	1089
4	18	72	16	324
11	22	242	121	484
9	15	135	81	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

$$r_p = \frac{12(1771) - (82)(221)}{\sqrt{12(734) - 6724}\ \sqrt{12(4581) - 48841}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
2	9	18	4	81
7	22	154	49	484
6	[illegible]	108	[illegible]	324
5	[illegible]	95	[illegible]	361
10	[illegible]	260	[illegible]	676
15	[illegible]	495	[illegible]	1089
4	18	72	16	324
11	22	242	121	484
9	15	135	81	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

$(82)^2$

6724 =

$(221)^2$

48841 =

$$r_p = \frac{12(1771) - (82)(221)}{\sqrt{12(734) - 6724}\ \sqrt{12(4581) - 48841}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
2	9	18	4	81
7	22	154	49	484
6	18	108	36	324
5	19	95	25	361
10	26	260	100	676
15	33	495	225	1089
4	18	72	16	324
11	22	242	121	484
9	15	135	81	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

$$r_p = \frac{21252 - 18122}{\sqrt{8808 - 6724}\ \sqrt{54972 - 48841}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
2	9	18	4	81
7	22	154	49	484
6	18	108	36	324
5	19	95	25	361
10	26	260	100	676
15	33	495	225	1089
4	18	72	16	324
11	22	242	121	484
9	15	135	81	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

$$r_p = \frac{21252 - 18122}{\sqrt{8808 - 6724}\ \sqrt{54972 - 48841}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
2	9	18	4	81
7	22	154	49	484
6	18	108	36	324
5	19	95	25	361
10	26	260	100	676
15	33	495	225	1089
4	18	72	16	324
11	22	242	121	484
9	15	135	81	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

$$r_p = \frac{3130}{\sqrt{2084}\ \sqrt{6131}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
2	9	18	4	81
7	22	154	49	484
6	18	108	36	324
5	19	95	25	361
10	26	260	100	676
15	33	495	225	1089
4	18	72	16	324
11	22	242	121	484
9	15	135	81	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

$$r_p = \frac{3130}{\sqrt{2084}\ \sqrt{6131}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36		144
2				81
7				
6				
5				
10				
15				
4				
11				
9				
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

يمكن حساب الجذر التربيعي لكل واحد منهما ثم نضربها في بعض

$$\sqrt{2084}\ \sqrt{6131}$$

45.651 * 78.30

$$r_p = \frac{3130}{\sqrt{2084}\ \sqrt{6131}}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
2	9	18	[illegible]	81
7	22	154	[illegible]	484
6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	324
5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	361
10	[illegible]	[illegible]	[illegible]	676
15	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1089
4	[illegible]	[illegible]	[illegible]	324
11	[illegible]	[illegible]	[illegible]	484
9	[illegible]	[illegible]	[illegible]	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

أو نضربهما في بعض أولا ثم نستخرج
الجذر التربيعي لحاصل الضرب

$$\sqrt{2084 * 6131}$$

$$r_p = \frac{3130}{3574.4935}$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
2	9	18	4	81
7	22	154	49	484
6	18	108	36	324
5	19	95	25	361
10	26	260	100	676
15	33	495	225	1089
4	18	72	16	324
11	22	242	121	484
9	15	135	81	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

$$r_p = \frac{3130}{3574.4935} = 0.875648$$

x	y	xy	x^2	y^2
2	10	20	4	100
3	12	36	9	144
2	9	18	4	81
7	22	154	49	484
6	18	108	36	324
5	19	95	25	361
10	26	260	100	676
15	33	495	225	1089
4	18	72	16	324
11	22	242	121	484
9	15	135	81	225
8	17	136	64	289
82	221	1771	734	4581

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

مثال: فيما يلي بيان المبالغ التي تم إنفاقها على الإعلان x [بالمليون ريال]، والمبيعات y [بالمليون ريال]

x	2	3	2	7	6	5	10	15	4	11	9	8
y	10	12	9	22	18	19	26	33	18	22	15	17

- احسب معامل بيرسون للارتباط الخطي البسيط = 0.875648

وتُسمى r المحسوبة

- احسب معامل التحديد.

- تأكد من الدلالة الإحصائية.

معامل التحديد

معامل التحديد هو مربع معامل الارتباط، ويرمز له بالرمز r^2

ويُشير إلى نسبة تفسير المتغير أو المتغيرات المستقلة للتغيُّر في المتغير التابع، فمثلا نجد أن

$$r^2 = 0.8756^2 = 0.76675$$

مما يعني أن المنفق على الإعلان يفسر نسبة 77% من التغير في قيمة المبيعات، بينما 23% من التغير في المبيعات ترجع إلى متغيرات أو عوامل أخرى منها الخطأ العشوائي أو الصدفة.

معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

مثال: فيما يلي بيان المبالغ التي تم إنفاقها على الإعلان x [بالمليون ريال]، والمبيعات y [بالمليون ريال]

x	2	3	2	7	6	5	10	15	4	11	9	8
y	10	12	9	22	18	19	26	33	18	22	15	17

- احسب معامل بيرسون للارتباط الخطي البسيط = 0.875648

- احسب معامل التحديد = 0.76675

- تأكد من الدلالة الإحصائية.

الدلالة الإحصائية

لا نكتفي فقط بحساب معامل الارتباط لبيرسون، بل لابد من مقارنة معامل الارتباط

(r_p) المحسوبة = 0.875648 مع معامل الارتباط (r_p) الجدولية = 0.576.

عند مستوى دلالة 0.05 وحيث درجة الحرية لمعامل ارتباط بيرسون = $n-2$

اتخاذ القرار: بما أن (r_p) المحسوبة أكبر من (r_p) الجدولية وفق مستوى الدلالة 0.05 فإننا نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل.

فروض الدراسة

الفرض الصفري: لا توجد علاقة بين الإنفاق على الإعلان وبين المبيعات

الفرض البديل: توجد علاقة بين الإنفاق على الإعلان وبين المبيعات

في مقدمة البحث الإحصائي
يقوم الباحث بصياغة فرضيات البحث بهذا الشكل.
أو: الفرضية الأولى: توجد علاقة بين ....

جدول القيم الحرجة لمعامل الإرتباط بيرسون:

	(طرف واحد) One-tailed test		(طرفين) Two-tailed Test	
df	**0.05**	**0.01**	**0.05**	**0.01**
1	0.988	1.000	0.997	1.000
2	0.900	0.980	0.950	0.990
3	0.805	0.934	0.878	0.959
4	0.729	0.882	0.811	0.917
5	0.669	0.833	0.754	0.875
6	0.621	0.789	0.707	0.834
7	0.582	0.750	0.666	0.798
8	0.549	0.715	0.632	0.765
9	0.521	0.685	0.602	0.735
10	0.497	0.658	0.576	0.708
11	0.476	0.634	0.553	0.684
12	0.458	0.612	0.532	0.661
13	0.441	0.592	0.514	0.641
14	0.426	0.574	0.497	0.623
15	0.412	0.558	0.482	0.606
16	0.400	0.543	0.468	0.590
17	0.389	0.529	0.456	0.575
18	0.378	0.516	0.444	0.561
19	0.369	0.503	0.433	0.549
20	0.360	0.492	0.423	0.537
21	0.352	0.482	0.413	0.526

فروض الدراسة

الفرض الصفري: لا توجد علاقة بين الإنفاق على الإعلان وبين المبيعات

الفرض البديل: توجد علاقة بين الإنفاق على الإعلان وبين المبيعات

اتخاذ القرار: بما أن (r_p) المحسوبة (0.875) أكبر من (r_p) الجدولية (0.576)

وفق مستوى الدلالة 0.05 فإننا **نرفض** الفرض الصفري **ونقبل** الفرض البديل.

مثال: فيما يلي بيان المبالغ التي تم إنفاقها على الإعلان x [بالمليون ريال]، والمبيعات y [بالمليون ريال]

x	2	3	2	7	6	5	10	15	4	11	9	8
y	10	12	9	22	18	19	26	33	18	22	15	17

- احسب معامل بيرسون للارتباط الخطي البسيط = 0.875648

- احسب معامل التحديد = 0.76675

- تأكد من الدلالة الإحصائية:

اتخاذ القرار: بما أن (r_p) المحسوبة أكبر من (r_p) الجدولية وفق مستوى الدلالة 0.05 فإننا **نرفض** الفرض الصفري **ونقبل** الفرض البديل.

النتيجة: توجد علاقة ذات دلالة إحصائية بين الإنفاق على الإعلان وبين المبيعات.

التفسير: توجد علاقة طردية قوية بين الإنفاق على الإعلان وبين المبيعات. فكلما زاد الإنفاق على الإعلان زادت المبيعات

ملاحظات متعلقة بالدلالة الإحصائية

١- عند مقارنة قيمة R المحسوبة مع قيمة R الجدولية فإننا ننظر إلى القيم المطلقة لها.

٢- أحيانا تكون قيمة R المحسوبة أصغر من الجدولية في جدول القيم الحرجة ذات الطرفين وتكون أكبر في القيم ذات الطرف الواحد. لماذا يمكن أن تختلف النتيجة بين الاختبارين؟

- في الاختبار ثنائي الطرف: توزيع الدلالة الإحصائية موزع على طرفين، مما يعني أن القيمة الحرجة تكون أعلى (أكثر صرامة) لأنه يجب أن تأخذ في الاعتبار احتمالية الخطأ في كلا الاتجاهين (الإيجابي والسالب). لذلك، من الصعب الوصول إلى مستوى دلالة إحصائية في اختبار ثنائي الطرف مقارنة بأحادي الطرف.

- في الاختبار أحادي الطرف: نظرًا لأنك تفحص فقط احتمال التأثير في اتجاه واحد (مثلاً في الاتجاه الإيجابي فقط)، يكون من الأسهل تجاوز القيمة الحرجة لأن نسبة الخطأ موزعة في اتجاه واحد فقط. وبالتالي، قد تظهر العلاقة كذات دلالة إحصائية في هذا الاتجاه.

الخلاصة: يمكن أن تظهر النتيجة "لا توجد علاقة" في الاختبار ثنائي الطرف لأنه أكثر صرامة ويأخذ في الاعتبار كلا الاتجاهين، بينما يظهر في الاختبار أحادي الطرف وجود علاقة ذات دلالة إحصائية في اتجاه واحد.

سؤال ١

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

سؤال ٢

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

سؤال ٣

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

تحليل الارتباط

(باستخدام معامل ارتباط الرتب لسبيرمان)

- مقدمة
- قوة معامل الارتباط
- شروط استخدامه
- معامل ارتباط الرتب لسبيرمان
- الدلالة الإحصائية

مقدمة

مقدمة

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان r_s

نلاحظ مما سبق أن معامل الارتباط لبيرسون لا يمكن استخدامه في حساب قوة العلاقة بين متغيرين إلا إذا كانت البيانات المتوفرة عنها في صورة كمية فقط، أما إذا كانت في صورة وصفية فلا يمكن تطبيقه في حساب الارتباط بين المتغيرين محل الدراسة...

مقدمة

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان r_s

لذا ظهر معامل ارتباط الرتب لسبيرمان r_s والذي يمكن استخدامه في قياس الارتباط خاصة في حالة البيانات الوصفية الترتيبية مثل تقديرات الطلاب: ممتاز/جيدجدا/جيد/مقبول/ضعيف، وكذلك قوة المركز المالي: جيد/متوسط/ضعيف، ودرجة الموافقة على الرأي في أسئلة الاستبانة: موافق تماما/موافق/محايد/غير موافق/غير موافق تماما.

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

تشارلز إدوارد سبيرمان (١٩٤٥م): هو عالم نفس إنجليزي له أيضا مساهمات في علم الإحصاء حيث كان من رواد التحليل العاملي، وقد ابتكر معامل ارتباط الرتب، الذي يُعرف باسمه حتى الآن. كما كانت له أبحاث رائدة في مجال الذكاء البشري.

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

ويُعتبر معامل ارتباط الرتب لسبيرمان من الاختبارات اللابارامترية، ويمكن استخدامه في إيجاد العلاقة بين المتغيرات الكمية، ولكن يتوجب تحويل قيمها إلى رتب، أي أن معامل سبيرمان لا يتعامل مع البيانات الخام للمتغيرين، وإنما على رتب قيمهما.

- ولا يشترط أن تكون العلاقة بين المتغيرين خطية.
- ولا البيانات أن تتبع التوزيع الاعتدالي (الطبيعي) للمتغيرين.

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

ويتم حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان r_s باستخدام المعادلة التالية:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

حيث d هو الفرق (في الرتب) بين المتغيرين، n عدد المشاهدات.

قوة معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

القيمة	0	0.3 – 0.1	0.5 – 0.31	0.7 – 0.51	0.9 – 0.71	0.99 – 0.91	1
القوة	منعدمة	ضعيفة جدا	ضعيفة	متوسطة	قوية	قوية جدا	تامة

شروط استخدام معامل سبيرمان

شروط استخدامه:

١- عندما تكون البيانات محل الدراسة رتبية.

٢- عندما يمكن تحويل البيانات الكمية للمتغيرين إلى بيانات رتبية.

ملاحظات

ملاحظات يجب مراعاتها عند ترتيب المتغيرات:

١) يتم ترتيب قيم مشاهدات المتغير x وتسمى القيم الترتيبية للمتغير [x]، وكذلك للمتغير y، ويكون الترتيب لكلا المتغيرين تصاعديا أو تنازليا بنفس الترتيب.

ملاحظات

ملاحظات يجب مراعاتها عند ترتيب المتغيرات:

٢) في حالة الترتيب التصاعدي مثلا يتم إعطاء أقل قيمة الرتبة ١ والقيمة التي هي أكبر منها الرتبة ٢ ، ... وهكذا.

ملاحظات

ملاحظات يجب مراعاتها عند ترتيب المتغيرات:

٣) في حالة تكرار أو تساوي بعض القيم لأي متغير تُعطى كل منهم رتبة كما لو كانت القيم غير متساوية، ثم نحسب الوسط الحسابي (مجموع الرتب / عددها) لتلك الرتب ويُعطى الوسط الحسابي كرتبة لتلك القيم المتساوية.

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

مثال: على بيانات المثال السابق في درس معامل ارتباط بيرسون (أراد باحث دراسة العلاقة بين الإنفاق على الإعلان وبين المبيعات) باستخدام معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

(ملاحظة: سيتم تطبيق معامل سبيرمان على البيانات الكمية، ويعني ذلك أن معامل سبيرمان يصلح للبيانات الكمية والرتبية، بينما معامل بيرسون لا يصلح إلا للبيانات الكمية فقط)

فروض الدراسة

الفرض الصفري: لا توجد علاقة بين الإنفاق على الإعلان وبين المبيعات

الفرض البديل: توجد علاقة بين الإنفاق على المبيعات وبين المبيعات

اتخاذ القرار:

إذا (r_s) المحسوبة **أكبر** من (r_s) الجدولية وفق مستوى الدلالة 0.05 فإننا **نرفض** الفرض الصفري **ونقبل** الفرض البديل.

إذا (r_s) المحسوبة **أصغر** من (r_s) الجدولية وفق مستوى الدلالة 0.05 فإننا **نقبل** الفرض الصفري **ونرفض** الفرض البديل.

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

مثال: فيما يلي بيان المبالغ التي تم إنفاقها على الإعلان x [بالمليون ريال]، والمبيعات y [بالمليون ريال]

x	2	3	2	7	6	5	10	15	4	11	9	8
y	10	12	9	22	18	19	26	33	18	22	15	17

- احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان.

- ~~احسب معامل التحديد.~~

- تأكد من الدلالة الإحصائية.

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

مثال: فيما يلي بيان المبالغ التي تم إنفاقها على الإعلان x [بالمليون ريال]، والمبيعات y [بالمليون ريال]

x	2	3	2	7	6	5	10	15	[illegible]	[illegible]	[illegible]
y	10	12	9	22	18	19	26	33	[illegible]	[illegible]	[illegible]

في معامل ارتباط الرتب لسبيرمان
لا يتم حساب معامل التحديد

- احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان.

~~- احسب معامل التحديد.~~

- تأكد من الدلالة الإحصائية.

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

يتم أولا ترتيب قيم كل من x و y كما يتضح من الجدول التالي:

المنفق x	المبيعات y	رُتب x		رُتب y		d	d^2
2	10						
3	12						
2	9						
7	22						
9	18						
5	19						
10	26						
15	33						
4	18						
11	22						
9	15						
8	17						

يتم أولا ترتيب قيم كل من x و y كما يتضح من الجدول التالي:

المنفق x	المبيعات y	رُتب x		رُتب y		d	d^2
2	10	1					
3	12						
2	9						
7	22						
9	18						
5	19						
10	26						
15	33						
4	18						
11	22						
9	15						
8	17						

نقوم بترتيب قيم المتغير x تصاعديا في الذهن

وبالتالي نجد أن أقل قيمة للمتغير x = 2 فنعطيها الرتبة رقم 1

يتم أولا ترتيب قيم كل من x و y كما يتضح من الجدول التالي:

المنفق x	المبيعات y	رُتب x		رُتب y		d	d^2
2	10	1					
3	12						
2	9	2					
7	22						
9	18						
5	19						
10	26						
15	33						
4	18						
11	22						
9	15						
8	17						

بعد ذلك وبحسب الترتيب التصاعدي

سنشاهد أن القيمة رقم 2 تكررت

فنعطيها الرتبة رقم 2

يتم أولا ترتيب قيم كل من x و y كما يتضح من الجدول التالي:

المنفق x	المبيعات y	رُتب x		رُتب y		d	d^2
2	10	1					
3	12	3					
2	9	2					
7	22						
9	18						
5	19						
10	26						
15	33						
4	18						
11	22						
9	15						
8	17						

بعد ذلك وبحسب الترتيب التصاعدي

سنشاهد أن القيمة رقم 3 لها تحتل المرتبة الثالثة
فنعطيها الرتبة رقم 3

يتم أولا ترتيب قيم كل من x و y كما يتضح من الجدول التالي:

المنفق x	المبيعات y	رُتب x		رُتب y		d	d^2
2	10	1					
3	12	3					
2	9	2					
7	22						
9	18						
5	19						
10	26						
15	33						
4	18	4					
11	22						
9	15						
8	17						

ثم الرابعة

يتم أولا ترتيب قيم كل من x و y كما يتضح من الجدول التالي:

المنفق x	المبيعات y	رُتب x		رُتب y		d	d^2
2	10	1					
3	12	3					
2	9	2					
7	22						
9	18						
5	19	5					
10	26						
15	33						
4	18	4					
11	22						
9	15						
8	17						

ثم الخامسة

يتم أولا ترتيب قيم كل من x و y كما يتضح من الجدول التالي:

المنفق x	المبيعات y	رُتب x		رُتب y		d	d^2
2	10	1					
3	12	3					
2	9	2					
7	22	6					
9	18						
5	19	5					
10	26						
15	33						
4	18	4					
11	22						
9	15						
8	17						

ثم السادسة
تعطى للقيمة رقم 7

يتم أولا ترتيب قيم كل من x و y كما يتضح من الجدول التالي:

المنفق x	المبيعات y	رُتب x		رُتب y		d	d^2
2	10	1					
3	12	3					
2	9	2					
7	22	6					
9	18						
5	19	5					
10	26						
15	33						
4	18	4					
11	22						
9	15						
8	17	7					

ثم السابعة
تعطى للقيمة رقم 8

يتم أولا ترتيب قيم كل من x و y كما يتضح من الجدول التالي:

المنفق x	المبيعات y	رُتب x		رُتب y	d	d^2
2	10	1				
3	12	3				
2	9	2				
7	22	6				
9	18	8				
5	19	5				
10	26	10				
15	33	12				
4	18	4				
11	22	11				
9	15	9				
8	17	7				

ثم نكمل عملية الترتيب لجميع القيم

مع ملاحظة إعطاء ترتيب مختلف للقيم المتكررة

يتم أولا ترتيب قيم كل من x و y كما يتضح من الجدول التالي:

المنفق x	المبيعات y	رُتب x		رُتب y	d	d^2
2	10	~~1~~	1.5			
3	12	3				
2	9	~~2~~	1.5			
7	22	6				
9	18	8				
5	19	5				
10	26	10				
15	33	12				
4	18	4				
11	22	11				
9	15	9				
8	17	7				
الأرقام المشطوبة تمثل الترتيب المبدئي وليس النهائي (والذي يمثل الرتب)						

نلاحظ أن القيم 2
حصلت على الرتب: 1 و 2

لذلك تم وضع لها الرتبة **1.5**
حيث [الوسط الحسابي لـ 1 و 2]

يتم أولا ترتيب قيم كل من x و y كما يتضح من الجدول التالي:

المنفق x	المبيعات y	رُتب x		رُتب y	d	d^2
2	10	~~1~~	1.5			
3	12	~~3~~	3			
2	9	~~2~~	1.5			
7	22	~~6~~				
9	18	~~8~~				
5	19	~~5~~				
10	26	~~10~~				
15	33	~~12~~				
4	18	~~4~~				
11	22	~~11~~				
9	15	~~9~~				
8	17	~~7~~				
الأرقام المشطوبة تمثل الترتيب المبدئي وليس النهائي (والذي يمثل الرتب)						

نلاحظ أن القيمة 3
حصلت على الرتبة: 3

لذلك تم وضع لها الرتبة 3

يتم أولا ترتيب قيم كل من x و y كما يتضح من الجدول التالي:

المنفق x	المبيعات y	رُتب x		رُتب y	d	d^2
2	10	~~1~~	1.5			
3	12	~~3~~	3			
2	9	~~2~~	1.5			
7	22	~~6~~	6			
9	18	~~8~~	8.5			
5	19	~~5~~	5			
10	26	~~10~~	10			
15	33	~~12~~	12			
4	18	~~4~~	4			
11	22	~~11~~	11			
9	15	~~9~~	8.5			
8	17	~~7~~	7			
الأرقام المشطوبة تمثل الترتيب المبدئي وليس النهائي (والذي يمثل الرتب)						

ثم نعطي كل قيمة الرتبة المناسبة لها

وفي حال تكررت نحسب الوسط الحسابي للرتب المبدئية لها

يتم أولا ترتيب قيم كل من x و y كما يتضح من الجدول التالي:

المنفق x	المبيعات y	رُتب x		رُتب y		d	d^2
2	10	~~1~~	1.5	~~2~~	2		
3	12	~~3~~	3	~~3~~	3		
2	9	~~2~~	1.5	~~1~~	1		
7	22	~~6~~	6	~~10~~	9.5		
9	18	~~8~~	8.5	~~7~~	6.5		
5	19	~~5~~	5	~~8~~	8		
10	26	~~10~~	10	~~11~~	11		
15	33	~~12~~	12	~~12~~	12		
4	18	~~4~~	4	~~6~~	6.5		
11	22	~~11~~	11	~~9~~	9.5		
9	15	~~9~~	8.5	~~4~~	4		
8	17	~~7~~	7	~~5~~	5		
الأرقام المشطوبة تمثل الترتيب المبدئي وليس النهائي (والذي يمثل الرتب)							

نكرر نفس العمليات مع المتغير y

يتم أولا ترتيب قيم كل من x و y كما يتضح من الجد

في عمود d

نحسب الفرق بين رُتب x وبين رُتب y

x - y

				رُتب y		d	d^2
		~~1~~	1.5	~~2~~	2	-0.5	
		~~3~~	3	~~3~~	3	0	
		~~2~~	1.5	~~1~~	1	0.5	
		~~6~~	6	~~10~~	9.5	-3.5	
		~~8~~	8.5	~~7~~	6.5	2	
		~~5~~	5	~~8~~	8	-3	
		~~10~~	10	~~11~~	11	-1	
		~~12~~	12	~~12~~	12	0	
		~~4~~	4	~~6~~	6.5	-2.5	
11	22	~~11~~	11	~~9~~	9.5	1.5	
9	15	~~9~~	8.5	~~4~~	4	4.5	
8	17	~~7~~	7	~~5~~	5	2	
الأرقام المشطوبة تمثل الترتيب المبدئي وليس النهائي (والذي يمثل الرتب)						0	

يتم أولا ترتيب قيم كل من x و y كما يتضح من الجدو

في عمود d

ويجب أن يكون مجموع العمود يساوي صفرا

		رُتب x		رُتب y		d	d^2
		~~1~~	1.5	~~2~~	2	-0.5	
		~~3~~	3	~~3~~	3	0	
		~~2~~	1.5	~~1~~	1	0.5	
		~~6~~	6	~~10~~	9.5	-3.5	
			8.5	~~7~~	6.5	2	
			5	~~8~~	8	-3	
			10	~~11~~	11	-1	
		~~12~~		~~12~~	12	0	
		~~4~~		~~6~~	6.5	-2.5	
11	22	~~11~~	11		9.5	1.5	
9	15	~~9~~	8.5	~~4~~	4	4.5	
8	17	~~7~~	7	~~5~~		2	
الأرقام المشطوبة تمثل الترتيب المبدئي وليس النهائي (والذي يمثل الرتب)						0	

يتم أولا ترتيب قيم كل من x و y كما يتضح من الجدول التالي:

ثم نربع عمود d

ونجمع جميع القيم

لنحصل على مجموع

d^2

=

59.5

رُتب x		رُتب y		d	d^2
~~1~~	1.5	~~2~~	2	-0.5	0.25
~~3~~	3	~~3~~	3	0	0
~~2~~	1.5	~~1~~	1	0.5	0.25
~~6~~	6	~~10~~	9.5	-3.5	12.25
~~8~~	8.5	~~7~~	6.5	2	4
~~5~~	5	~~8~~	8	-3	9
[illegible]	10	~~11~~	11	-1	1
[illegible]	[illegible]	~~12~~	12	0	0
[illegible]	[illegible]	~~6~~	6.5	-2.5	6.25
[illegible]	[illegible]	[illegible]	9.5	1.5	2.25
~~9~~	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4.5	20.25
~~7~~	7	~~5~~	[illegible]	[illegible]	4
الأرقام المشطوبة تمثل الترتيب المبدئي وليس النهائي (والذي يمثل الرتب)				0	59.5

$\sum d^2 = 59.5$

$n = 12$

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

مثال: فيما يلي بيان المبالغ التي تم إنفاقها على الإعلان x [بالمليون ريال]، والم

x	2	[illegible]	2	7	6	5	10	15	4	11	9	8
y	10	12	9	22	18	19	26	33	18	22	15	17

- احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان.

~~- احسب معامل التحديد.~~

- تأكد من الدلالة الإحصائية.

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

مثال: فيما يلي بيان المبالغ التي تم إنفاقها على الإعلان x [بالمليون ريال]، والمبيعات y [بالمليون ريال]

x	2	3	2	7	6	5	10	15	4	11	9	8
y	10	12	9	22	18	19	26	33	18	22	15	17

- احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان.   - تأكد من الدلالة الإحصائية.

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(59.5)}{12(144-1)} = \mathbf{0.7919}$$

أي أن معامل ارتباط الرتب لسبيرمان **0.7919** مما يدل على وجود ارتباط

طردي قوي بين المنفق على الإعلان وبين المبيعات، وهي قيمة قريبة من التي

تم حسابها باستخدام معامل الارتباط لبيرسون التي بلغت **0.8756**

تنبيه مهم: يمكن أن يكون معامل بيرسون غير معنوي بينما معامل سبيرمان معنويًا لنفس البيانات. هذا الاختلاف يعود إلى طبيعة كل من الاختبارين وحساسيتهما تجاه أنواع مختلفة من العلاقات بين المتغيرات:

معامل بيرسون يقيس قوة واتجاه العلاقة الخطية بين متغيرين. إذا كانت العلاقة غير خطية أو تحتوي على شذوذات، فقد يقلل ذلك من قيمة بيرسون، مما يؤدي إلى عدم معنويته.

معامل سبيرمان، على العكس، يقيس قوة واتجاه العلاقة الرتبية (الرتب) بين المتغيرات، وهو أقل حساسية للانحرافات. إذا كانت البيانات تحتوي على علاقة غير خطية (مثل منحنى)، قد يظهر معامل سبيرمان قيمة أعلى ومعنوية، لأنه يعتمد على ترتيب القيم بدلاً من قيمها الفعلية.

إذًا، من الممكن أن تجد البيانات ترتبط بشكل غير خطي قوي، مما يجعل معامل سبيرمان معنويًا، بينما يظهر معامل بيرسون غير معنوي نظرًا لعدم ملاءمة العلاقة الخطية.

تنبيه مهم: والعكس كذلك: يمكن أن يكون بيرسون معنوي وسبيرمان غير معنوي

الخلاصة:

- استخدم معامل بيرسون إذا كنت تفترض علاقة خطية بين المتغيرين.

- إذا كنت تشك في أن العلاقة قد تكون غير خطية أو تعتمد على الترتيب، فراجع البيانات

بعناية، أو استخدم مخطط الانتشار (Scatter Plot) للتحقق من شكل العلاقة.

الدلالة الإحصائية

لا نكتفي فقط بحساب معامل ارتباط الرتب لبيرسون، بل لابد من مقارنة معامل الارتباط (r_s) المحسوبة = **0.7919** مع معامل الارتباط (r_s) الجدولية = 0.587. عند مستوى دلالة 0.05 وحيث $n = 12$

اتخاذ القرار: بما أن (r_s) المحسوبة أكبر من (r_s) الجدولية وفق مستوى الدلالة 0.05 فإننا نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل.

فروض الدراسة

الفرض الصفري: لا توجد علاقة بين الإنفاق على الإعلان وبين المبيعات

الفرض البديل: توجد علاقة بين الإنفاق على المبيعات وبين المبيعات

فروض الدراسة

الفرض الصفري: لا توجد علاقة بين الإنفاق على الإعلان وبين المبيعات

الفرض البديل: توجد علاقة بين الإنفاق على المبيعات وبين المبيعات

اتخاذ القرار: بما أن (r_s) المحسوبة أكبر من (r_s) الجدولية وفق مستوى الدلالة 0.05 فإننا **نرفض** الفرض الصفري **ونقبل** الفرض البديل.

مثال: فيما يلي بيان المبالغ التي تم إنفاقها على الإعلان x [بالمليون ريال]، والمبيعات y [بالمليون ريال]

x	2	3	2	7	6	5	10	15	4	11	9	8
y	10	12	9	22	18	19	26	33	18	22	15	17

- احسب معامل سبيرمان = **0.7919**

- تأكد من الدلالة الإحصائية:

اتخاذ القرار:

بما أن (r_s) المحسوبة **أكبر** من (r_s) الجدولية وفق مستوى الدلالة 0.05 فإننا **نرفض** الفرض الصفري **ونقبل** الفرض البديل.

النتيجة: توجد علاقة طردية ذات دلالة إحصائية بين الإنفاق على الإعلان وبين المبيعات.

مثال آخر:

البيانات التالية تمثل التقديرات التي حصل عليها عشر طلاب في مقرري مبادئ الإحصاء x والإحصاء التطبيقي y

x	A	B	C	D	F	C	D	B	C	D
y	C	C	D	C	B	B	A	D	C	B

حيث A تعني "ممتاز"، B "جيد جدا"، C "جيد"، D "مقبول"، F "راسب".

المطلوب حساب معامل الارتباط المناسب. مع بيان الدلالة الإحصائية.

مثال آخر:

البيانات التالية تمثل التقديرات التي حصل عليها عشر طلاب في مقرري مبادئ الإحصاء x والإحصاء التطبيقي y

x	A	B	C	D	F	C	D	B	C	D
y	C	C	D	C	B	B	A	D	C	B

المطلوب حساب معامل الارتباط المناسب. مع بيان الدلالة الإحصائية.

الحل: هنا لا يمكن حساب معامل بيرسون للارتباط الخطي؛ لأن البيانات وصفية وليست كمية، لذا يكون معامل الارتباط المناسب الذي يمكن حسابه هو معامل ارتباط الرتب "معامل سبيرمان"، لذا يتم ترتيب المشاهدات وحساب الفروق بين الرتب ومربعاتها كما يتضح من الجدول التالي:

فروض الدراسة

الفرض الصفري: لا توجد علاقة بين الإنفاق على الإعلان وبين المبيعات

الفرض البديل: توجد علاقة بين الإنفاق على المبيعات وبين المبيعات

اتخاذ القرار:

إذا (r_s) المحسوبة **أكبر** من (r_s) الجدولية وفق مستوى الدلالة 0.05 فإننا **نرفض** الفرض الصفري **ونقبل** الفرض البديل.

إذا (r_s) المحسوبة **أصغر** من (r_s) الجدولية وفق مستوى الدلالة 0.05 فإننا **نقبل** الفرض الصفري **ونرفض** الفرض البديل.

المحاسبة x	القانون y	رتب x		رتب y		d	d^2
A	C	~~10~~	10	~~3~~	4.5	5.5	0.25
B	C	~~8~~	8.5	~~4~~	4.5	4	0
C							0.25
D							12.25
F							4
C							9
D							1
B	D	~~9~~	8.5	~~2~~	1.5	7	0
C	C	~~7~~	6	~~6~~	4.5	1.5	6.25
D	B	~~4~~	3	~~9~~	8	-5	2.25
الأرقام المشطوبة تمثل الترتيب المبدئي وليس النهائي (والذي يمثل الرتب)						0	247

A	***B***	***C***	***D***	***F***

نقوم بترتيب البيانات تصاعديا، حيث نعطي الدرجة F الرتبة رقم 1

المحاسبة x	القانون y	رتب x		رتب y		d	d^2
A	C	~~10~~	10	~~3~~	4.5	5.5	0.25
B	C	~~8~~	8.5	~~4~~	4.5	4	0
C	D	~~5~~	6	~~1~~	1.5	4.5	0.25
D	C	~~2~~	3	~~5~~	4.5	-1.5	12.25
F	B	~~1~~	1	~~7~~	8	-7	4
C	B	~~6~~	6	~~8~~	8	-2	9
D	A	~~3~~	3	~~10~~	10	-7	1
B	D	~~9~~	8.5	~~2~~	1.5	7	0
C	C	~~7~~	6	~~6~~	4.5	1.5	6.25
D	B	~~4~~	3	~~9~~	8	-5	2.25
الأرقام المشطوبة تمثل الترتيب المبدئي وليس النهائي (والذي يمثل الرتب)						0	247

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(247)}{10(100-1)} = \mathbf{-0.4969}$$

فروض الدراسة

الفرض الصفري: لا توجد علاقة بين .... وبين ....

الفرض البديل: توجد علاقة بين .... وبين ....

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(247)}{10(100-1)} = \mathbf{-0.4969}$$

الدلالة الإحصائية

لا نكتفي فقط بحساب معامل الارتباط لسبيرمان، بل لابد من مقارنة معامل الارتباط (r_s) المحسوبة مع معامل الارتباط (r_s) الجدولية = 0.648.

اتخاذ القرار: بما أن (r_s) المحسوبة أصغر من (r_s) الجدولية وفق مستوى الدلالة 0.05

فإننا نقبل الفرض الصفري ونرفض الفرض البديل.

النتيجة: **لا توجد علاقة ذات دلالة إحصائية بين تقديرات مقرر مبادئ الإحصاء وبين تقديرات مقرر الإحصاء التطبيقي.**

سؤال٤

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

سؤال٥

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

سؤال٦

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

قم بحل التمارين الموجودة في الموقع الالكتروني

app-fa.com/statistics

ووصول نسبة الإنجاز إلى ١٠٠%

خلال الأسبوع الحالي

شكرا لكم

شكر اللّه لكم حسن استماعكم ومتابعتكم