مقرر الإحصاء

إعداد

د. فهد بن محمد بكر عابد

الأستاذ المشارك بقسم الاقتصاد _كلية الأنظمة والاقتصاد

بالجامعة الإسلامية بالمدينة المنورة

مقاييس التشتت

- المدى
- الانحراف المتوسط
- التباين
- الانحراف المعياري
- معامل الاختلاف
- القيم المعيارية

مقاييس التشتت

Measures of Dispersion

كما تميل القيم إلى التمركز، فإنها تميل إلى التشتت أو الانتشار، وبالتالي فإن أي توزيع من القيم له صفة التمركز وصفة التشتت، فمقاييس التشتت هي تلك المقاييس التي تعبر عن مدى تباعد القيم أو تقاربها في المجموعات التي يشملها البحث.

مقاييس التشتت

Measures of Dispersion

فالدرجة التي تتجه به البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة (أحد مقاييس النزعة المركزية) تُسمى تشتت أو تغير البيانات.

مقاييس التشتت

Measures of Dispersion

فمثلا إذا كان لدينا ٣ مجموعات من الطلاب، وكل مجموعة مكونة من خمسة طلاب،

وكانت لها الدرجات التالية (من ١٠ درجات) في أحد المقررات:

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة
5 , 5 , 5 , 5 , 5	3 , 4 , 5 , 6 , 7	1 , 2 , 5 , 8 , 9
وسطها الحسابي 5	وسطها الحسابي 5	وسطها الحسابي 5

المجموعات الثلاثة السابقة لها وسط حسابي ٥

- لكن في المجموعة الأولى: جميع القيم متساوية وتساوي ٥
- في حين تنتشر البيانات في المجموعة الثانية حول هذا الوسط بقدر ما.
- وفي المجموعة الثالثة تنتشر البيانات حول الوسط بقدر آخر.

أي أن الوسط الحسابي وحده [وهو ممثل لمقياس نزعة مركزية، أي قيمة نموذجية ممثلة للبيانات] ليس كافياً وحده لوصف البيانات، بتعبير آخر نقول إنه كما تميل القيم إلى التمركز فإنها تميل أيضا إلى التشتت أو الانتشار حول قيمة مركزية، وبالتالي فإن أي توزيع من القيم له صفة التمركز وصفة التشتت. ومقاييس التشتت هي تلك المقاييس التي تعبر عن مدى تباعد القيم أو تقاربها في المجموعات التي يشملها البحث.

مقاييس التشتت

Measures of Dispersion

وهناك العديد من المقاييس التي يمكن استخدامها لقياس هذا التشتت، من أهمها:

المدى، الانحراف المتوسط، الانحراف المعياري، التباين، معامل الاختلاف، القيم المعيارية.

المدى

Range

المدى Range

يعرف المدى (يُرمز له بالرمز: R) لمجموعة من البيانات الكمية على أنه:

الفرق بين أكبر قيمة في البيانات وأقل قيمة فيها.

المدى Range

يعرف المدى لمجموعة من البيانات الكمية على أنه:

الفرق بين أكبر قيمة في البيانات وأقل قيمة فيها. ويُرمز له بالرمز: R

فمثلا لمجموعة القيم التالية:

15	13	3	5	18	12	6	7	3	15
R =					يكون المدى:				

المدى Range

يعرف المدى لمجموعة من البيانات الكمية على أنه:

الفرق بين أكبر قيمة في البيانات وأقل قيمة فيها. ويُرمز له بالرمز: R

فمثلا لمجموعة القيم التالية:

15	13	3	5	**18**	12	6	7	**3**	15
$R = 18 - 3 = 15$						يكون المدى:			

المدى Range

يعرف المدى لمجموعة من البيانات الكمية على أنه:

الفرق بين أكبر قيمة في البيانات وأقل قيمة فيها. ويُرمز له بالرمز: R

احسب المدى لهذه البيانات

مثال آخر:

16	3	14	15	17	18	17	13	14	16
يكون المدى:								R =	

المدى Range

يعرف المدى لمجموعة من البيانات الكمية على أنه:

الفرق بين أكبر قيمة في البيانات وأقل قيمة فيها. ويُرمز له بالرمز: R

مثال آخر:

16	14	13	17	**<u>18</u>**	17	15	14	**<u>3</u>**	16
$R = 18 - 3 = 15$					يكون المدى:				

15	13	3	5	**18**	12	6	7	**3**	15
$R = 18 - 3 = 15$									يكون المدى:

16	14	13	17	**18**	17	15	14	**3**	16
$R = 18 - 3 = 15$									يكون المدى:

أي أن المدى نفسه لكلا المجموعتين، في حين تبدو للعين المجردة أن هناك تشتت للبيانات أكبر في المجموعة الأولى عنه في المجموعة الثانية، مما يعني أن المدى هنا لا يُظهر هذا الفارق، ولذا يُعد المدى مقياساً للتشتت لكنه غير جيد في كثير من الأحيان. ويصلح كلما كانت البيانات معتدلة التوزيع.

15	13	3	5	**18**	12	6	7	**3**	15
$R = 18 - 3 = 15$							يكون المدى:		

16	14	13	17	**18**	17	15	14	**3**	16
$R = 18 - 3 = 15$							يكون المدى:		

وبالرغم من سهولة تحديده إلا أن به بعض العيوب مثل: تأثره بالقيم المتطرفة كما اتضح من المثال السابق عند حسابه للمجموعة الثانية، حيث تأثرت بالقيمة المتطرفة ٣، وإذا تم استبعاد هذه القيمة يكون المدى للمجموعة الثانية مساويا لـ:

$R = 18 - 13 = 5$

سؤال ١

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

سؤال٢

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

Absolute Mean Deviation

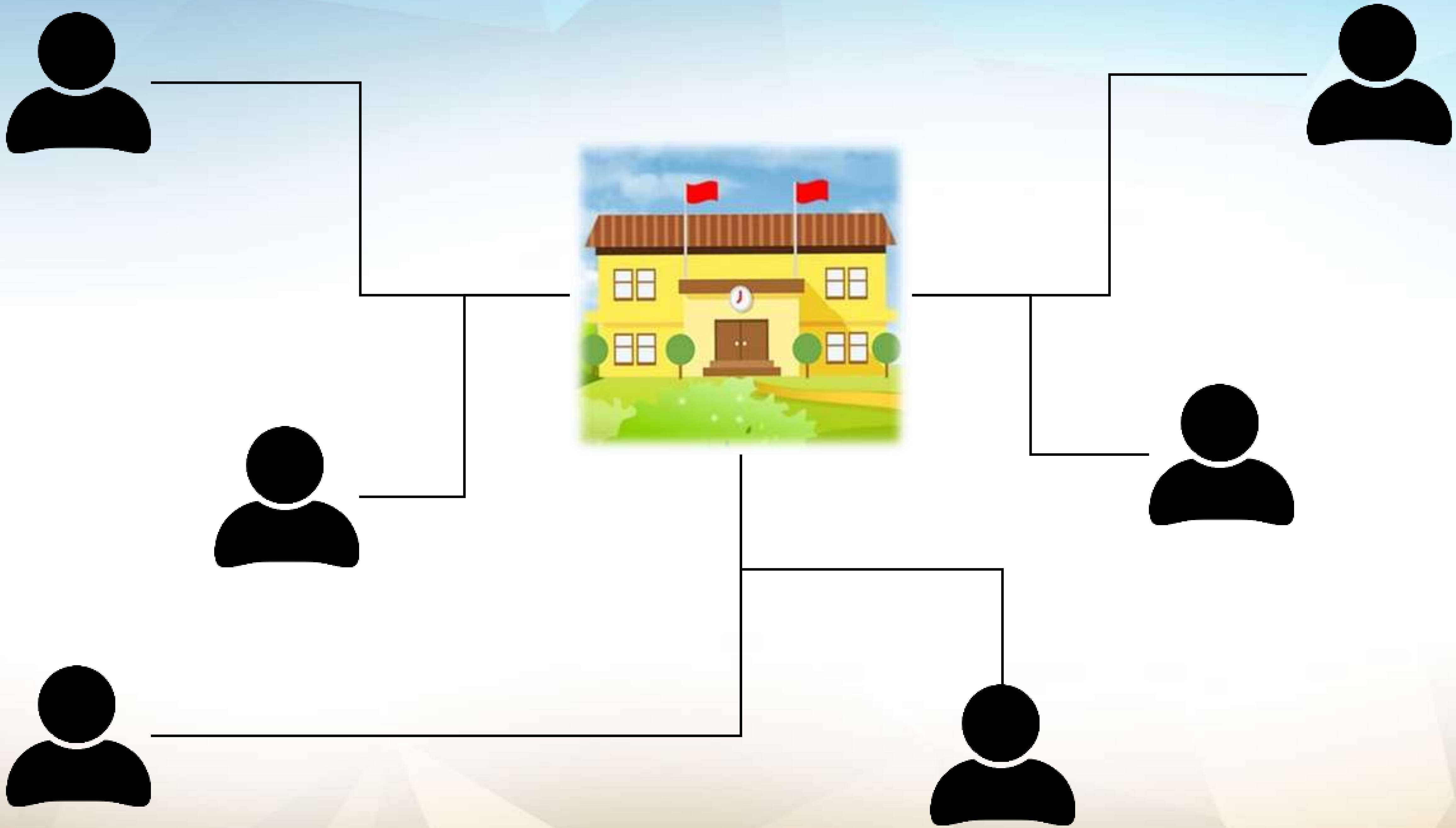
الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

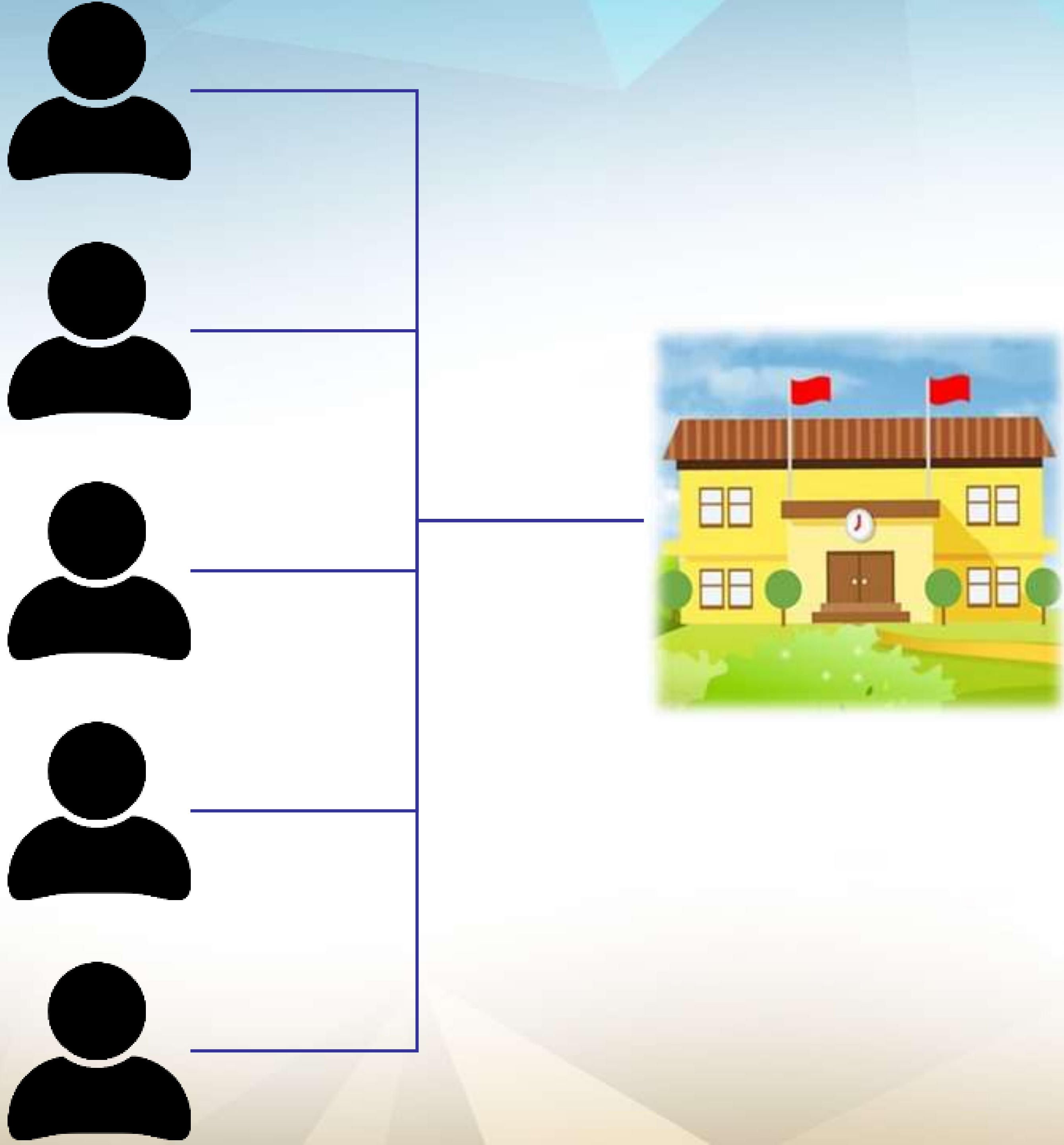
Absolute Mean Deviation

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة] ويرمز له بـ M.D: هو ذلك المقياس الذي يقيس تباعد كافة القيم عن المتوسط الحسابي، ويُعرف الانحراف المتوسط أو متوسط الانحرافات على أنه: متوسط القيم المطلقة للانحرافات عن القيمة المتوسطة للبيانات [عادة تكون الوسط الحسابي]، فإذا اعتبرنا أن القيمة المتوسطة للبيانات هي **الوسط الحسابي**، فإن الانحراف المتوسط لمجموعة من البيانات يأخذ شكل المعادلة:

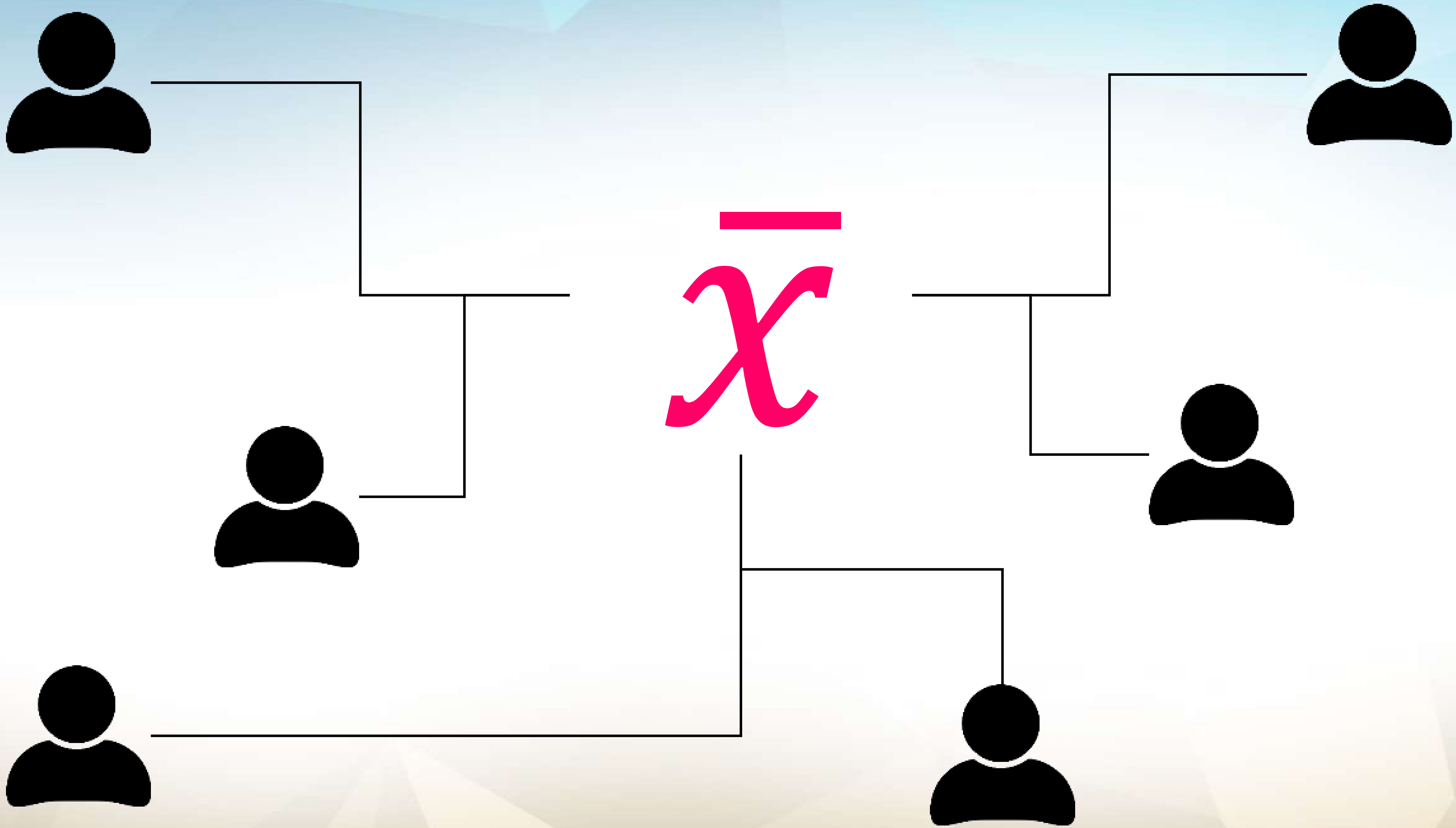
$$M.D=\frac{\sum|d|}{n}=\frac{\sum x-\bar{x}}{n}$$

حيث $d=x-\bar{x}$ هي انحراف القيمة x عن الوسط الحسابي $\bar{x}$ لمجموعة القيم، أما $|d|$ فهي القيمة المطلقة للانحراف d.





$$\bar{x}$$


$\bar{x}$

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات **المطلقة**]

Absolute Mean Deviation

؟

متوسط الانحرافات

هو ذلك المقياس الذي يقيس تباعد كافة القيم عن المتوسط الحسابي

ويعطينا مقدار التشتت

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

Absolute Mean Deviation

ملحوظة: القيمة المطلقة لأي عدد d: هي القيمة العددية له دون إشارة (- +)، ونرمز له بنفس الرمز، ولكن بين خطين رأسيين $|d|$.

مثلا: $|-3| = 3$ و $|-2.5| = 2.5$ و $|11| = 11$

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

Absolute Mean Deviation

إذا لحساب الانحراف المتوسط:

- يلزم حساب الوسط الحسابي أولا.

- ثم نحسب انحرافات كل قيمة من هذه القيم عن الوسط الحسابي.

- ثم القيم المطلقة لهذه الانحرافات.

- ثم متوسط هذه القيم المطلقة.

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

إذا لحساب الانحراف المتوسط:

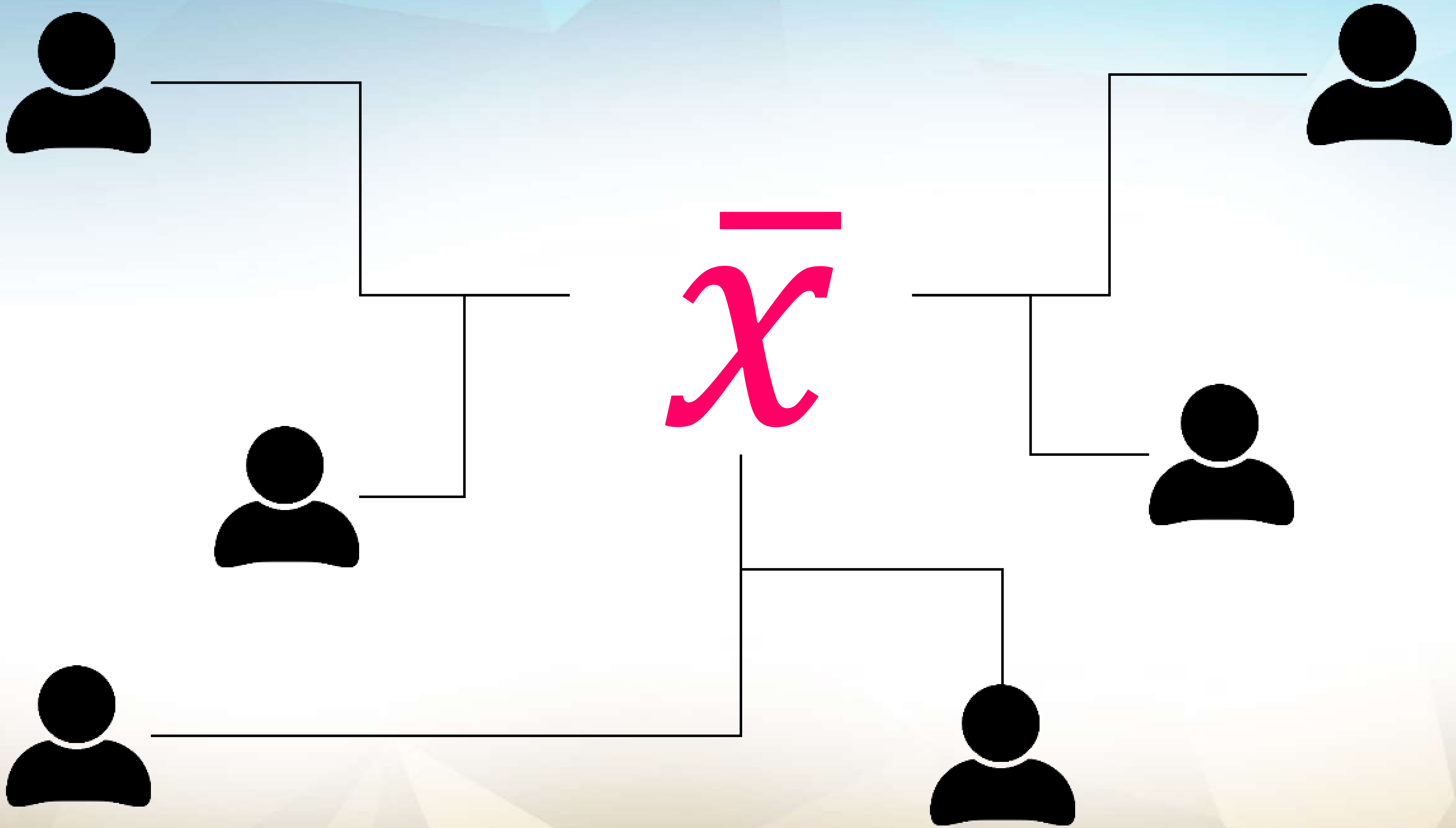
- يلزم حساب الوسط الحسابي أولا.

- ثم نحسب انحرافات كل قيمة من هذه القيم عن الوسط الحسابي.

- ثم القيم المطلقة لهذه الانحرافات.

- ثم متوسط هذه القيم المطلقة.

احسب الوسط الحسابي ← احسب الانحرافات عن الوسط ← احسب القيم المطلقة للانحرافات ← احسب متوسط القيم المطلقة


$\bar{x}$

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ١ على حساب متوسط الانحرافات

احسب الوسط الحسابي ← احسب الانحرافات عن الوسط ← احسب القيم المطلقة للانحرافات ← احسب متوسط القيم المطلقة

15	13	3	5	18	12	6	7	3	15

$$\bar{x} = \frac{15 + 13 + 3 + 5 + 18 + 12 + 6 + 7 + 3 + 15}{10} = 9.7$$

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ١ على حساب متوسط الانحرافات

احسب الوسط الحسابي ← احسب الانحرافات عن الوسط ← احسب القيم المطلقة للانحرافات ← احسب متوسط القيم المطلقة

15	13	3	5	18	12	6	7	3	15

$$\bar{x} = \frac{15 + 13 + 3 + 5 + 18 + 12 + 6 + 7 + 3 + 15}{10} = 9.7$$

وبطرح هذا الوسط من كل قيمة من القيم السابقة: نحصل على الانحرافات عن هذا الوسط:

5.3	3.3	-6.7	-4.7	8.3	2.3	-3.7	-2.7	-6.7	5.3

لاحظ أن مجموع الانحرافات يجب أن = صفر

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ١ على حساب متوسط الانحرافات

احسب الوسط الحسابي

احسب الانحرافات عن الوسط

احسب القيم المطلقة للانحرافات

احسب متوسط القيم المطلقة

5.3	3.3	-6.7	-4.7	8.3	2.3	-3.7	-2.7	-6.7	5.3
لاحظ أن مجموع الانحرافات يجب أن = صفر									

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ١ على حساب متوسط الانحرافات

احسب الوسط الحسابي

احسب الانحرافات عن الوسط

احسب القيم المطلقة للانحرافات

احسب متوسط القيم المطلقة

5.3	3.3	-6.7	-4.7	8.3	2.3	-3.7	-2.7	-6.7	5.3
لاحظ أن مجموع الانحرافات يجب أن = صفر									

وبالتالي تكون |القيم المطلقة| لهذه الانحرافات هي:

5.3	3.3	6.7	4.7	8.3	2.3	3.7	2.7	6.7	5.3

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ١ على حساب متوسط الانحرافات

احسب الوسط الحسابي ← احسب الانحرافات عن الوسط ← احسب القيم المطلقة للانحرافات ← احسب متوسط القيم المطلقة

إذا الانحراف المتوسط هو متوسط القيم المطلقة للانحرافات، أي:

$$M.D=\frac{5.3+3.3+6.7+4.7+8.3+2.3+3.7+2.7+6.7+5.3}{10}=4.9$$

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ١ على حساب متوسط الانحرافات للقيم التالية

15	13	3	5	18	12	6	7	3	15

بطريقة أخرى: نقوم بتنظيم الخطوات السابقة من خلال جدول على النحو الآتي

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ١ على حساب متوسط الانحرافات للقيم التالية

x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\|d\|$	$M.D$
15				
13				
3				
5				
18				
12				
6				
7				
3				
15				
Σ 97				

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ١ على حساب متوسط الانحرافات للقيم التالية

x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$	$M.D$
15	9.7			
13	9.7			
3	9.7			
5	9.7			
18	9.7			
12	9.7			
6	9.7			
7	9.7			
3	9.7			
15	9.7			
Σ 97	97			

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ١ على حساب متوسط الانحرافات للقيم التالية

x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$	$M.D$
15	9.7	15 – 9.7 = 5.3		
13	9.7	13 – 9.7 = 3.3		
3	9.7	3 – 9.7 = -6.7		
5	9.7	-4.7		
18	9.7	8.3		
12	9.7	2.3		
6	9.7	-3.7		
7	9.7	-2.6		
3	9.7	-6.7		
15	9.7	5.3		
Σ 97	97	0		

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ١ على حساب متوسط الانحرافات للقيم التالية

x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$	$M.D$
15	9.7	15 – 9.7 = 5.3	5.3	
13	9.7	13 – 9.7 = 3.3	3.3	
3	9.7	3 – 9.7 = -6.7	6.7	
5	9.7	-4.7	4.7	
18	9.7	8.3	8.3	
12	9.7	2.3	2.3	
6	9.7	-3.7	3.7	
7	9.7	-2.6	2.6	
3	9.7	-6.7	6.7	
15	9.7	5.3	5.3	
Σ 97	97	0	49	

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ١ على حساب متوسط الانحرافات للقيم التالية

x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$	$M.D$
15	9.7	15 – 9.7 = 5.3	5.3	
13	9.7	13 – 9.7 = 3.3	3.3	
3	9.7	3 – 9.7 = -6.7	6.7	
5	9.7	-4.7	4.7	
18	9.7	8.3	8.3	$M.D = \frac{\sum \lvert d \rvert}{n}$
12	9.7	2.3	2.3	
6	9.7	-3.7	3.7	
7	9.7	-2.6	2.6	$M.D = \frac{}{} =$
3	9.7	-6.7	6.7	
15	9.7	5.3	5.3	
Σ 97	97	0	49	

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ١ على حساب متوسط الانحرافات للقيم التالية

x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$	$M.D$
15	9.7	15 – 9.7 = 5.3	5.3	
13	9.7	13 – 9.7 = 3.3	3.3	
3	9.7	3 – 9.7 = -6.7	6.7	
5	9.7	-4.7	4.7	
18	9.7	8.3	8.3	$M.D = \frac{\sum \lvert d \rvert}{n}$
12	9.7	2.3	2.3	
6	9.7	-3.7	3.7	
7	9.7	-2.6	2.6	
3	9.7	-6.7	6.7	$M.D = \frac{49}{10} = 4.9$
15	9.7	5.3	5.3	
$\sum$ 97	97	0	49	

سؤال ٣

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ٢

حساب متوسط الانحرافات للقيم التالية

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ٢ على حساب متوسط الانحرافات للقيم التالية

x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$	$M.D$
16				
14				
13				
17				
18				
17				
15				
14				
3				
16				
$\sum$				

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ٢ على حساب متوسط الانحرافات للقيم التالية

x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$	$M.D$
16	14.3			
14	14.3			
13	14.3			
17	14.3			
18	14.3			
17	14.3			
15	14.3			
14	14.3			
3	14.3			
16	14.3			
$\sum$ 143	143			

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ٢ على حساب متوسط الانحرافات للقيم التالية

x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$	$M.D$
16	14.3	16 – 14.3 = 1.7		
14	14.3	14 – 14.3 = -0.3		
13	14.3	13 – 14.3 = -1.3		
17	14.3	2.7		
18	14.3	3.7		
17	14.3	2.7		
15	14.3	0.7		
14	14.3	-0.3		
3	14.3	-11.3		
16	14.3	1.7		
$\sum$ 143	143	0		

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ٢ على حساب متوسط الانحرافات للقيم التالية

x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$	$M.D$
16	14.3	16 – 14.3 = 1.7	1.7	
14	14.3	14 – 14.3 = -0.3	0.3	
13	14.3	13 – 14.3 = -1.3	1.3	
17	14.3	2.7	2.7	
18	14.3	3.7	3.7	
17	14.3	2.7	2.7	
15	14.3	0.7	0.7	
14	14.3	-0.3	0.3	
3	14.3	-11.3	11.3	
16	14.3	1.7	1.7	
$\sum$ 143	143	0	26.4	

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ٢ على حساب متوسط الانحرافات للقيم التالية

x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$	$M.D$
16	14.3	16 – 14.3 = 1.7	1.7	
14	14.3	14 – 14.3 = -0.3	0.3	
13	14.3	13 – 14.3 = -1.3	1.3	
17	14.3	2.7	2.7	
18	14.3	3.7	3.7	$M.D = \dfrac{\sum \lvert d \rvert}{n}$
17	14.3	2.7	2.7	
15	14.3	0.7	0.7	
14	14.3	-0.3	0.3	$M.D = \text{———} =$
3	14.3	-11.3	11.3	
16	14.3	1.7	1.7	
$\sum$ 143	143	0	26.4	

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ٢ على حساب متوسط الانحرافات للقيم التالية

x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\|d\|$	$M.D$
16	14.3	16 – 14.3 = 1.7	1.7	
14	14.3	14 – 14.3 = -0.3	0.3	
13	14.3	13 – 14.3 = -1.3	1.3	
17	14.3	2.7	2.7	
18	14.3	3.7	3.7	$M.D = \frac{\sum\|d\|}{n}$
17	14.3	2.7	2.7	
15	14.3	0.7	0.7	
14	14.3	-0.3	0.3	
3	14.3	-11.3	11.3	$M.D = \frac{26.4}{10} = 2.64$
16	14.3	1.7	1.7	
$\sum$ 143	143	0	26.4	

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

مثال رقم ٢ على حساب متوسط الانحرافات للقيم التالية

x	x
15	16
13	14
3	13
5	17
18	18
12	17
6	15
7	14
3	3
15	16

من خلال المثالين السابقين يتضح أن الانحراف المتوسط للمجموعة الثانية أقل من الانحراف المتوسط للمجموعة الأولى

مما يعني أن المجموعة الثانية: **أقل تشتتاً** من المجموعة الأولى، وهذا ما لم يمكن ملاحظته عند استخدام المدى كمقياس للتشتت.

$M.D$

$$M.D = \frac{\sum|d|}{n}$$

$$M.D = \frac{49}{10} = 4.9$$

$M.D$

$$M.D = \frac{\sum|d|}{n}$$

$$M.D = \frac{26.4}{10} = 2.64$$

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]

الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات المطلقة]: هو ذلك المقياس الذي يقيس تباعد كافة القيم عن المتوسط الحسابي.

ويُعرف الانحراف المتوسط أو متوسط الانحرافات على أنه:

متوسط القيم المطلقة للانحرافات عن القيمة المتوسطة للبيانات [عادة تكون الوسط الحسابي]،

من تعريف الانحراف المتوسط يتضح لنا أن الانحراف المتوسط يعتمد تماماً في حسابه على الوسط الحسابي، وبالتالي يكون له نفس مزايا وعيوب الوسط الحسابي:

المزايا: من السهل حسابه، يأخذ في الاعتبار جميع البيانات، لا يحتاج لترتيب معين للبيانات. العيوب: يتأثر بالقيم المتطرفة، لا يمكن إيجاده بالرسم بيانيا.

التباين والانحراف المعياري

Variance and Standard Deviation

التباين والانحراف المعياري

Variance and Standard Deviation

يُعرف متوسط مربعات الانحراف عن الوسط الحسابي على أنه تباين مجموعة البيانات، ويُرمز له بـ s^2، ويُعرف الجذر التربيعي للتباين على أنه الانحراف المعياري للبيانات، ويُرمز له بـ S

ويأخذ التباين شكل المعادلة التالية: $s^2 = \frac{\sum d^2}{n}$

ويأخذ الانحراف المعياري شكل المعادلة التالية: $s = \sqrt{s^2}$

التباين والانحراف المعياري

أمثلة على التباين والانحراف المعياري:

من خلال قيم المجموعة التالية، أوجد التباين والانحراف المعياري:

10	12	7	2	9

الحل: نقوم أولا بحساب الوسط الحسابي للبيانات، ثم حساب انحرافات البيانات عن هذا الوسط،

ثم مربعات هذه الانحرافات، ثم متوسط هذه المربعات، فنكون حصلنا على تباين البيانات،

ويكون الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي لهذا التباين. هذه الخطوات يمكن تلخيصها في الجداول:

التباين والانحراف المعياري

x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$	d^2
9				
2				
7				
12				
10				
$\sum 40$				

الانحراف المتوسط

$$M.D = \frac{\sum |d|}{n}$$

$$M.D = \frac{\quad}{\quad} =$$

التباين

$$s^2 = \frac{\sum d^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{\quad}{\quad} =$$

الانحراف المعياري

$$s = \sqrt{s^2}$$

$$s =$$

التباين والانحراف المعياري

x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\|d\|$	d^2
9	8			
2	8			
7	8			
12	8			
10	8			
$\sum 40$	40			

الانحراف المتوسط

$$M.D = \frac{\sum |d|}{n}$$

$$M.D = \frac{\quad}{\quad} =$$

التباين

$$s^2 = \frac{\sum d^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{\quad}{\quad} =$$

الانحراف المعياري

$$s = \sqrt{s^2}$$

$$s =$$

التباين والانحراف المعياري

x	$\overline{x}$	$d = x - \overline{x}$	$\lvert d \rvert$	d^2
9	8	$9 - 8 =$ 1		
2	8	$2 - 8 =$ -6		
7	8	$7 - 8 =$ -1		
12	8	4		
10	8	2		
$\sum 40$	40	0		

الانحراف المتوسط

$$M.D = \frac{\sum |d|}{n}$$

$$M.D = \frac{\quad}{\quad} =$$

التباين

$$s^2 = \frac{\sum d^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{\quad}{\quad} =$$

الانحراف المعياري

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$S =$$

التباين والانحراف المعياري

x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$	d^2
9	8	$9 - 8 =$ 1	1	
2	8	$2 - 8 =$ -6	6	
7	8	$7 - 8 =$ -1	1	
12	8	4	4	
10	8	2	2	
$\sum$ 40	40	0	14	

الانحراف المتوسط

$$M.D = \frac{\sum|d|}{n}$$

$$M.D = \frac{\quad}{\quad} =$$

التباين

$$s^2 = \frac{\sum d^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{\quad}{\quad} =$$

الانحراف المعياري

$$s = \sqrt{s^2}$$

$$s =$$

التباين والانحراف المعياري

x	$\overline{x}$	$d = x - \overline{x}$	$\lvert d \rvert$	d^2
9	8	9 – 8 = 1	1	1
2	8	2 – 8 = -6	6	36
7	8	7 – 8 = -1	1	1
12	8	4	4	16
10	8	2	2	4
$\sum$ 40	40	0	14	58

الانحراف المتوسط

$$M.D = \frac{\sum |d|}{n}$$

$$M.D = \frac{\quad}{\quad} =$$

التباين

$$s^2 = \frac{\sum d^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{\quad}{\quad} =$$

الانحراف المعياري

$$s = \sqrt{s^2}$$

$$s =$$

التباين والانحراف المعياري

x	$\overline{x}$	$d = x - \overline{x}$	$\lvert d \rvert$	d^2
9	8	9 – 8 = 1	1	1
2	8	2 – 8 = -6	6	36
7	8	7 – 8 = -1	1	1
12	8	4	4	16
10	8	2	2	4
$\sum$ 40	40	0	14	58

الانحراف المتوسط

$$M.D = \frac{\sum|d|}{n}$$

$$M.D = \frac{14}{5} = 2.8$$

التباين

$$s^2 = \frac{\sum d^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{58}{5} = 11.6$$

الانحراف المعياري

$$s = \sqrt{s^2}$$

$$s = 3.46$$

سؤال٤

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

- من خلال ما سبق يتضح لنا أن الانحراف المتوسط والانحراف المعياري يعتمد في حسابهما على الوسط الحسابي، وبالتالي يكون لهما نفس مزايا وعيوب الوسط الحسابي.

- إذا كانت القيم متساوية: فإن مجموع المربعات والتباين والانحراف المعياري يساوي صفرا.

- عيب التباين الوحيد: هو أن قيمته تكون كبيرة، ووحدات قياسه تكون مربعة؛ لأنه يأخذ مربعات القيم في الحساب.

الشيء الذي لا يجعله يعطي نظرة واضحة حول مدى تشتت القيم، لذلك في الغالب يتم استبداله بالانحراف المعياري.

- كلما كان مقدار التباين صغيرا دل ذلك على أن القيم متقاربة.

- كلما كان مقدار الانحراف المعياري صغيرا دل ذلك على أن القيم متقاربة.

- عموما: تعتبر القيم غير مشتتة إذا كان الانحراف المعياري **يمثل أقل من ٢٠% من وسطها الحسابي**

مثلا الوسط الحسابي: ٤٥ فـ٢٠% منها تساوي:٩

فلو كان الانحراف المعياري يساوي ٣١ نقول بأن البيانات مشتتة.

❖ خاصيتان هامتان للانحراف المتوسط والانحراف المعياري:

- إضافة عدد ثابت c لكل قيمة من قيم البيانات لا يؤثر على قيمة الانحرافين المتوسط والمعياري.

الانحراف المتوسط (أو المعياري) الجديد = الانحراف المتوسط (أو المعياري) القديم

- ضرب كل قيمة من قيم البيانات في عدد ثابت يجعل:

الانحراف المتوسط (أو المعياري) الجديد = الانحراف المتوسط (أو المعياري) القديم × القيمة المطلقة للثابت c

مثال: درجات ٥ طلاب بأحد الفصول في مقرر العلوم

كانت كالتالي: ٩ ، ٢ ، ٧ ، ١٢ ، ١٠

أ) احسب الوسط الحسابي والانحراف المتوسط والانحراف المعياري للدرجات.

ب) إذا أضفنا ٥ درجات لكل طالب، ما قيمة الوسط الحسابي والانحرافين المتوسط والمعياري الجديدة؟

ج) إذا أردنا تحسين الدرجات بزيادة كل درجة ٥٠٪ من قيمتها الأصلية، ما قيمة الوسط الحسابي والانحراف المتوسط والمعياري للدرجات الجديدة؟

طريقة حساب التباين والانحراف المعياري بالآلة الحاسبة

أولا: اضغط على : MOOD

ثانيا: اضغط رقم : 3 لتحديد: (STAT)

ثالثا: اضغط على رقم : 1 لتحديد: (1-VAR)

رابعا: أدخل البيانات: أدخل كل قيمة من البيانات ثم اضغط: =

خامسا: اضغط على AC (علما بأن البيانات تم تخزينها في الآلة الحاسبة)

سادسا: اضغط على: SHIFT ثم رقم 1 لتحديد [STAT]

سابعا: اضغط على رقم: 4 لتحديد: (Var)

ثامنا: اضغط على رقم الرمز الذي تريده:

تاسعا: اضغط على: =

$\bar{x}$	: الوسط الحسابي
σx	: التباين
$x\sigma n \, / \, sx$	: الانحراف المعياري

الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين

$$S = \sqrt{S^2}$$

سؤال٥

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

سؤال٦

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

سؤال٧

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

سؤال٨

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

معامل الاختلاف C.V

معامل الاختلاف C.V

لا تتوقف عملية وصف البيانات للمتغيرات محل الدراسة على حساب مقاييس النزعة المركزية، ولا على مقاييس التشتت فقط، وإنما هناك مقاييس أخرى لا بد من دراستها؛ لأنها تساعد الباحث في الحكم على البيانات محل التحليل والدراسة من حيث درجة التشتت والمقارنة فيما بينها، ومن هذه المقاييس ما يسمى بمقاييس التشتت النسبي، ومنها: معامل الاختلاف والقيم المعيارية.

معامل الاختلاف C.V

إن تشتت البيانات بمقدار ١٠ درجات عن قيمة متوسطة ٥٠ درجة مثلا، يختلف عن تشتت قدره ١٠ درجات عن قيمة متوسطة ٢٠٠، لذا من المناسب تعريف ما يسمى بالتشتت النسبي.

معامل الاختلاف c.v

لمقارنة تشتت مجموعتين من البيانات لا يصح مقارنة التباين أو الانحراف المعياري لكل من المجموعتين، حيث يكون لهما وحدات قياس تختلف على حسب طبيعة الظاهرة محل الدراسة، ولكن مع مقاييس التشتت النسبي يمكن ذلك، ومن أكثر مقاييسه استخداما ما يسمى بمعامل الاختلاف، ويأخذ شكل المعادلة التالية:

معامل الاختلاف = الانحراف المعياري ÷ الوسط الحسابي × ١٠٠

معامل الاختلاف C.V

لمقارنة تشتت مجموعتين من البيانات لا يصح مقارنة التباين أو الانحراف المعياري لكل من المجموعتين، حيث يكون لهما وحدات قياس تختلف على حسب طبيعة الظاهرة محل الدراسة، ولكن مع مقاييس التشتت النسبي يمكن ذلك، ومن أكثر مقاييسه استخداما ما يسمى بمعامل الاختلاف، ويأخذ شكل المعادلة التالية:

معامل الاختلاف = الانحراف المعياري ÷ الوسط الحسابي × ١٠٠

$$c.v = \frac{S}{\bar{x}} \times 100$$

معامل الاختلاف C.V

مثال: في بحث ما لتحديد مستوى أداء الطلاب في المرحلة الثانوية في المدارس الحكومية والخاصة من خلال درجاتهم في الاختبار النهائي، كانت النتائج كالآتي:

نوع المدارس	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	معامل الاختلاف
المدارس الحكومية	77	16	
المدارس الخاصة	72	9	

معامل الاختلاف C.V

$$c.v = \frac{s}{\bar{x}} \times 100$$

مثال: في بحث ما لتحديد مستوى أداء الطلاب في المرحلة الثانوية في المدارس الحكومية والخاصة من خلال درجاتهم في الاختبار النهائي، كانت النتائج كالآتي:

نوع المدارس	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	معامل الاختلاف
المدارس الحكومية	77	16	
المدارس الخاصة	72	9	

معامل الاختلاف c.v

$$c.v = \frac{s}{\bar{x}} \times 100$$

مثال: في بحث ما لتحديد مستوى أداء الطلاب في المرحلة الثانوية في المدارس الحكومية والخاصة من خلال درجاتهم في الاختبار النهائي، كانت النتائج كالآتي:

نوع المدارس	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	معامل الاختلاف
المدارس الحكومية	77	16	$c.v = \frac{16}{77} \times 100 =$
المدارس الخاصة	72	9	$c.v = \frac{9}{72} \times 100 =$

معامل الاختلاف c.v

$$c.v = \frac{S}{\bar{x}} \times 100$$

مثال: في بحث ما لتحديد مستوى أداء الطلاب في المرحلة الثانوية في المدارس الحكومية والخاصة من خلال درجاتهم في الاختبار النهائي، كانت النتائج كالآتي:

نوع المدارس	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	معامل الاختلاف
المدارس الحكومية	77	16	$c.v = \frac{16}{77} \times 100 = 20.8$
المدارس الخاصة	72	9	$c.v = \frac{9}{72} \times 100 = 12.5$

مثال: في بحث ما لتحديد مستوى أداء الطلاب في المرحلة الثانوية في المدارس الحكومية والخاصة من خلال درجاتهم في الاختبار النهائي، كانت النتائج كالآتي:

نوع المدارس	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	معامل الاختلاف
المدارس الحكومية	77	16	$c.v = \frac{16}{77} \times 100 = 20.8$
المدارس الخاصة	72	9	$c.v = \frac{9}{72} \times 100 = 12.5$

من خلال ما سبق يتضح لنا بأن درجات طلاب المدارس الخاصة أكثر تجانسا من درجات طلاب المدارس الحكومية، مما يشير إلى تفاوت (تشتت) ملحوظ بين مستويات طلاب المدارس الحكومية مقارنة بطلاب المدارس الخاصة.

سؤال٩

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

القيم المعيارية

Standard Values

القيم المعيارية Standard Values

الدرجة المعيارية هي قيمة تقيس مدى انحراف قيمة مفردة من مفردات الدراسة عن الوسط الحسابي لها، وذلك بوحدات من الانحراف المعياري، وبالتالي يمكن الاعتماد على الدرجة المعيارية في المقارنة بين القيم المطلقة للظواهر المختلفة، وتُسمى القيمة المعيارية للقيمة x ويرمز لها عادة بالرمز: z، ومعادلتها:

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

Standard Values القيم المعيارية

مثال١: في نتائج الاختبارات النهائي لأحد الطلاب:

حصل طالب على ٨٤ درجة في مقرر الإحصاء

[حيث كان متوسط درجات الطلاب ٧٦ بانحراف معياري قدره ١٠]،

وحصل في مقرر الاقتصاد الكلي على ٩٠ درجة

[حيث كان متوسط درجات الطلاب ٨٢ بانحراف معياري قدره ١٦].

هل يمكن القول: بأن درجة استيعاب الطالب لمقرر الاقتصاد الكلي كانت

أعلى من درجة استيعابه لمقرر الإحصاء؟

مثال١: في نتائج الاختبارات النهائي لأحد الطلاب:

حصل طالب على ٨٤ درجة في مقرر الإحصاء

[حيث كان متوسط درجات الطلاب ٧٦ بانحراف معياري قدره ١٠]،

وحصل في مقرر الاقتصاد الكلي على ٩٠ درجة

[حيث كان متوسط درجات الطلاب ٨٢ بانحراف معياري قدره ١٦].

الجواب: بالاعتماد على درجة الطالب في المقررين: [الإحصاء: ٨٤، الاقتصاد الكلي: ٩٠] تجعل الإجابة: نعم درجة استيعاب الطالب لمقرر الاقتصاد الكلي أعلى من درجة استيعابه لمقرر الإحصاء، ولكن الإجابة الصحيحة تعتمد على الدرجة المعيارية للطالب في كل من المقررين وليس على درجة الطالب الحقيقية:

مثال١: في نتائج الاختبارات النهائي لأحد الطلاب:

حصل طالب على ٨٤ درجة في مقرر الإحصاء

[حيث كان متوسط درجات الطلاب ٧٦ بانحراف معياري قدره ١٠]،

وحصل في مقرر الاقتصاد الكلي على ٩٠ درجة

[حيث كان متوسط درجات الطلاب ٨٢ بانحراف معياري قدره ١٦].

الدرجة المعيارية في مقرر الإحصاء	الدرجة المعيارية في مقرر الاقتصاد الكلي
$z = \frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{84 - 76}{10} = \frac{8}{10} = \mathbf{0.8}$	$z = \frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{90 - 82}{16} = \frac{8}{16} = \mathbf{0.5}$

أي أن درجة استيعاب الطالب لمقرر الإحصاء أعلى من درجة استيعابه لمقرر الاقتصاد الكلي.

ملاحظة

عند المقارنة في القيم المعيارية: لا ننظر إلى القيم المطلقة لها، بل يجب أن نأخذ في الاعتبار الإشارة أيضا؛ لفهم الاتجاه النسبي للقيمة بالنسبة للمتوسط

فلو كانت القيمة المعيارية تساوي (-٢) فهذا يعني أنها أقل من المتوسط بانحرافين معياريين)

c.v معامل الاختلاف

$$c.v = \frac{s}{\bar{x}} \times 100$$

يُستخدم للمقارنة بين تشتت مجموعتين أو أكثر من البيانات

Standard Values القيم المعيارية

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

تستخدم لمقارنة مفردة واحدة من البيانات مع مفردة واحدة من بيانات أخرى

سؤال ١٠

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

سؤال ١١

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

سؤال ١٢

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

قم بحل التمارين الإحصائية من خلال الموقع

ووصول نسبة الإنجاز إلى ١٠٠%

شكرا لكم

شكر اللّه لكم حسن استماعكم ومتابعتكم