



مقرر الإحصاء

إعداد

د. فهد بن محمد بكر عابد

الأستاذ المشارك بقسم الاقتصاد _ كلية الأنظمة والاقتصاد

بالجامعة الإسلامية بالمدينة المنورة

تحليل الانحدار

◆ التمهيد

◆ مفهوم تحليل الانحدار

◆ أهداف تحليل الانحدار

◆ أنواع تحليل الانحدار

◆ شروط استخدام الانحدار الخطي البسيط

◆ معادلة الانحدار الخطي البسيط

◆ علاقة معامل الانحدار بمعامل الارتباط

التمهيد

التمهيد

في الفصل السابق (تحليل الارتباط) تمت دراسة درجة أو قوة الارتباط بين ظاهرتين (متغيرين) ونوعها، دون بتحديد درجة تأثير أحدهما في الآخر.

بينما في هذا الفصل (تحليل الانحدار) تتم دراسة وتحليل **أثر** متغير كمي (يُوصف بالمتغير المستقل) على متغير كمي آخر (يُوصف بالمتغير التابع)

التمهيد

ومن الأمثلة على ذلك:

- دراسة أثر الإنتاج على التكلفة.
- دراسة أثر الدخل على الاستهلاك.
- دراسة أثر الإنفاق الإعلاني على المبيعات.

ويهتم تحليل الانحدار بصياغة العلاقة بين المتغيرين على شكل معادلة رياضية يمكن الاستفادة منها بالتنبؤ بقيمة أحد المتغيرين. وإذا كان هناك متغير مستقل واحد فقط، فيُوصف بالانحدار الخطي البسيط.

مفهوم تحليل الانحدار

مفهوم تحليل الانحدار

هو أسلوب رياضي قدمه (جالتون) بهدف الاستفادة من الارتباط في التنبؤ أو تقدير قيمة متغير ما. فقد وجد من خلال بحثه حول (وراثة طول القامة) أنّ الأطفال الذين يأتون من آباء طوال القامة يميلون لأن يكونوا أقصر قامة من آبائهم، والذين يأتون من آباء قصار القامة يميلون لأن يكونوا أطول قامة من آبائهم، أي أن طول الأبناء يميل إلى التراجع أو الانحدار نحو المتوسط العام، لذا أطلق على هذه القاعدة اسم قاعدة الانحدار، وأطلق على الخط الذي يوضح هذه القاعدة اسم خط الانحدار.

مفهوم تحليل الانحدار

تحليل الارتباط

مثال توضيحي للفرق بين تحليل الارتباط والانحدار:

إذا كان لدينا درجات اختبارين للطلاب وقمنا بقياس العلاقة الارتباطية بينهما،

فإنه من خلال معادلة الانحدار يمكننا أن نتنبأ بدرجة كل فرد في الاختبار الثاني

بناءً على درجاته في الاختبار الأول، وقد سُمي هذا الأسلوب الإحصائي بالانحدار؛

تحليل الانحدار

لأنه ينحدر في تقديره للدرجات المختلفة نحو المتوسط.

أهداف تحليل الانحدار

أهداف تحليل الانحدار

- ١) تقدير العلاقة بين المتغيرين والتي من خلالها يمكن معرفة التغيّر في أحد المتغيرين على أساس تأثيره بالمتغير الآخر.
- ٢) قياس مدى الارتباط بين المتغير المستقل والمتغير التابع.
- ٣) تقدير نسبة تفسير كل متغير مستقل بناءً على تغيّر المتغير التابع.
- ٤) معرفة اتجاه تأثير المتغير المستقل على المتغير التابع، هل هو تأثير إيجابي أم سلبي؟

أنواع تحليل الانحدار

أنواع تحليل الانحدار

(١) الانحدار البسيط: يُستخدم لدراسة العلاقة بين متغيرين فقط، متغير مستقل ومتغير تابع.

(٢) الانحدار الجزئي: يدرس العلاقة بين المتغير التابع وواحد فقط من المتغيرات المستقلة، بفرض أن العوامل الأخرى ثابتة.

(٣) الانحدار المتعدد: يدرس العلاقة بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة كلها.

والنوع الأول هو محل دراستنا في هذا الفصل.

شروط استخدام الانحدار الخطي البسيط

شروط استخدام الانحدار الخطي البسيط

(١) العشوائية في اختيار العينة.

(٢) أن يكون المتغيرين (المستقل والتابع) مصنفين ضمن المقاييس الكمية.

(٣) وجود علاقة خطية بين المتغيرين (المستقل والتابع).

(٤) أن يكون تباين المتغير المستقل أكبر من الصفر؛ والغرض منه أن يسهم المتغير

المستقل في تفسير التباين في درجات المتغير التابع.

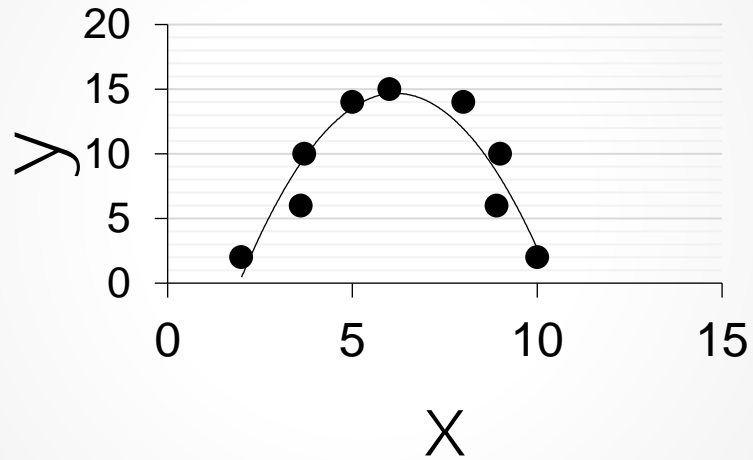
(٥) أن يكون مجموع البواقي أو الأخطاء العشوائية يساوي صفرا.

(٦) التوزيع الاعتمادي (الطبيعي) لدرجات المتغيرين (المستقل والتابع).

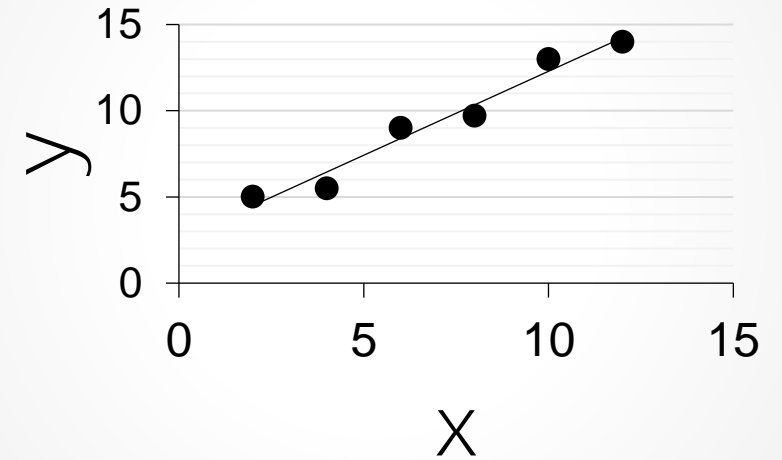
(٧) أن تكون الأخطاء العشوائية (البواقي) موزعة توزيعيا طبيعيا (اعتماليا).

شروط استخدام الانحدار الخطي البسيط

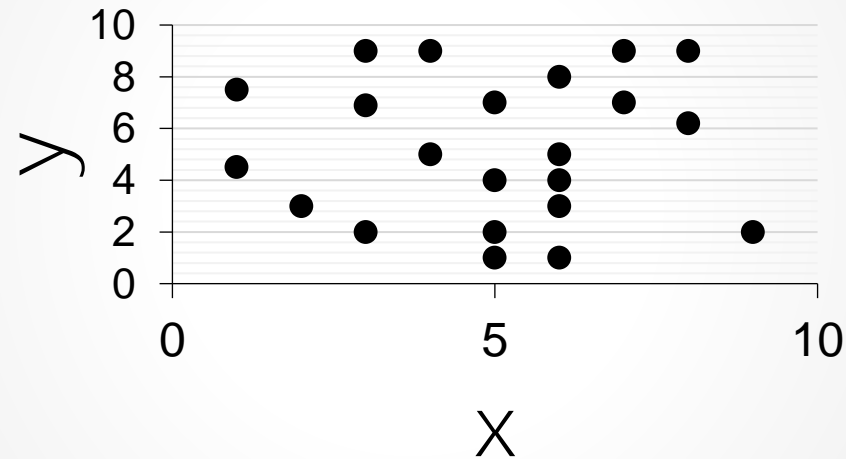
العلاقة غير خطية بين x و y



العلاقة خطية طردية بين x و y



لا توجد علاقة بين x و y



شروط استخدام الانحدار الخطي البسيط

(١) العشوائية في اختيار العينة.

(٢) أن يكون المتغيرين (المستقل والتابع) مصنفين ضمن المقاييس الكمية.

(٣) وجود علاقة خطية بين المتغيرين (المستقل والتابع).

(٤) أن يكون تباين المتغير المستقل أكبر من الصفر؛ والغرض منه أن يسهم المتغير

المستقل في تفسير التباين في درجات المتغير التابع.

(٥) أن يكون مجموع البواقي أو الأخطاء العشوائية يساوي صفرا.

(٦) التوزيع الاعتمادي (الطبيعي) لدرجات المتغيرين (المستقل والتابع).

(٧) أن تكون الأخطاء العشوائية (البواقي) موزعة توزيعيا طبيعيا (اعتماليا).

شروط استخدام الانحدار الخطي البسيط

$$Y = [3,7,5,6,8] \quad X = [4,4,4,4,4]$$

في هذا المثال، نلاحظ أن جميع قيم المتغير المستقل X ثابتة (تساوي 4)، وبالتالي فإن تباين X يساوي صفرًا. وعليه، لن يتمكن نموذج الانحدار الخطي البسيط من تحديد أي علاقة أو تأثير تفسيري بين X و Y ، لأن عدم وجود تباين في X يعني أن X لا يُسهم في تفسير الاختلافات في قيم Y .

إذا حاولنا بناء نموذج انحدار باستخدام هذه القيم، فسيفشل النموذج في إعطاء تقدير مفيد للعلاقة لأن المتغير المستقل غير قادر على تفسير أي من تباين المتغير التابع، مما يجعل تأثيره غير موجود.

شروط استخدام الانحدار الخطي البسيط

(١) العشوائية في اختيار العينة.

(٢) أن يكون المتغيرين (المستقل والتابع) مصنفين ضمن المقاييس الكمية.

(٣) وجود علاقة خطية بين المتغيرين (المستقل والتابع).

(٤) أن يكون تباين المتغير المستقل أكبر من الصفر؛ والغرض منه أن يسهم المتغير

المستقل في تفسير التباين في درجات المتغير التابع.

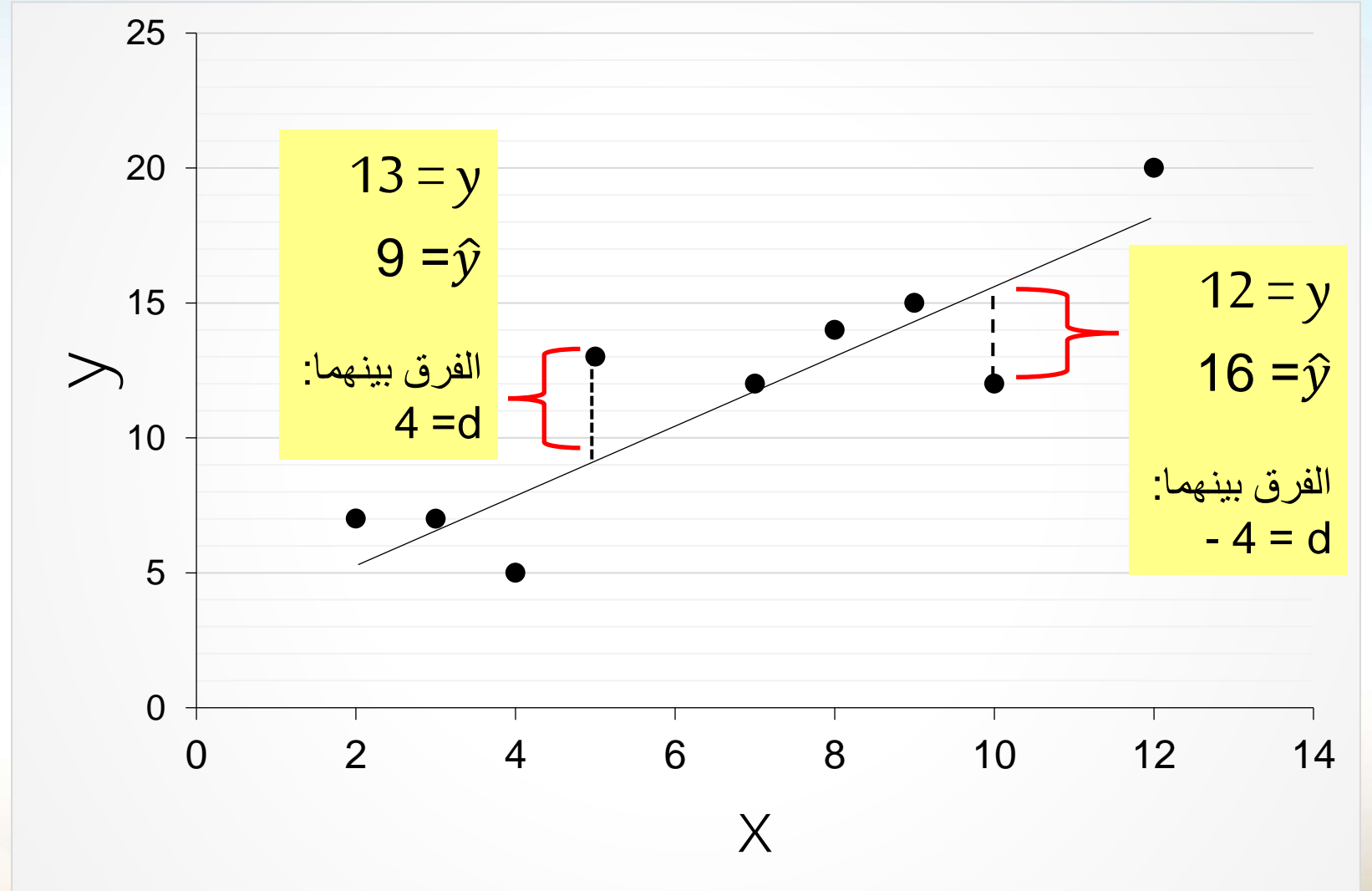
(٥) أن يكون مجموع البواقي أو الأخطاء العشوائية يساوي صفرا.

(٦) التوزيع الاعتمادي (الطبيعي) لدرجات المتغيرين (المستقل والتابع).

(٧) أن تكون الأخطاء العشوائية (البواقي) موزعة توزيعيا طبيعيا (اعتماليا).

شروط استخدام الانحدار الخطي البسيط

الفروق هنا تسمى
البواقي أو الأخطاء
العشوائية



شروط استخدام الانحدار الخطي البسيط

(١) العشوائية في اختيار العينة.

(٢) أن يكون المتغيرين (المستقل والتابع) مصنفين ضمن المقاييس الكمية.

(٣) وجود علاقة خطية بين المتغيرين (المستقل والتابع).

(٤) أن يكون تباين المتغير المستقل أكبر من الصفر؛ والغرض منه أن يسهم المتغير

المستقل في تفسير التباين في درجات المتغير التابع.

(٥) أن يكون مجموع البواقي أو الأخطاء العشوائية يساوي صفرا.

(٦) التوزيع الاعتمادي (الطبيعي) لدرجات المتغيرين (المستقل والتابع).

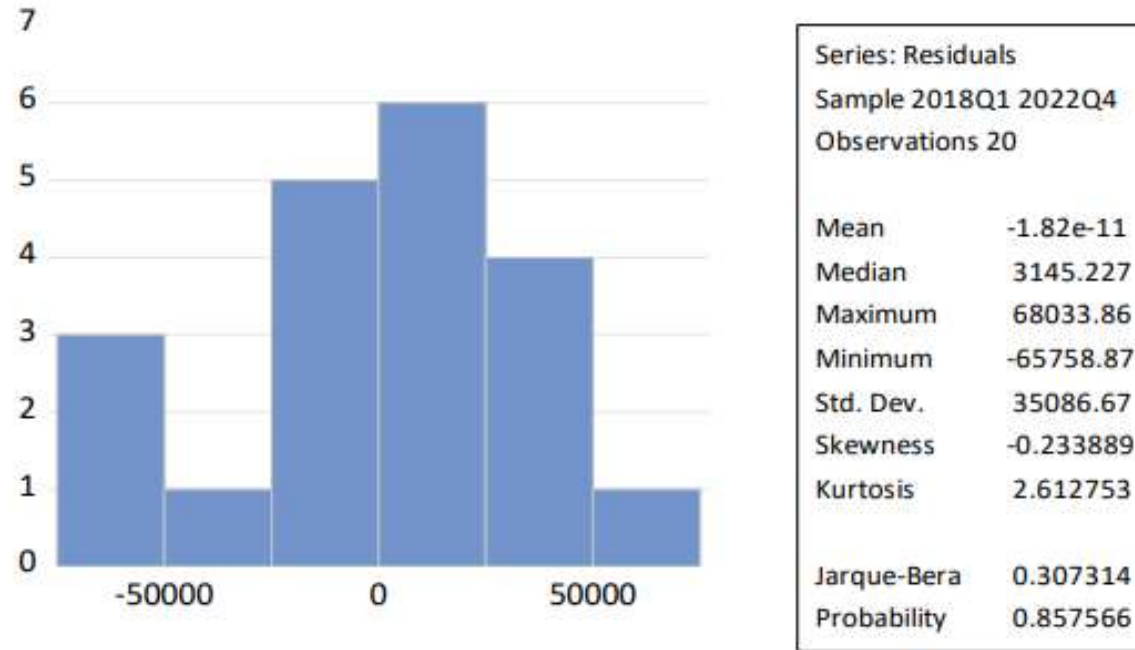
(٧) أن تكون الأخطاء العشوائية (البواقي) موزعة توزيعيا طبيعيا (اعتماليا).

٤-٦-٢. اختبار التوزيع الطبيعي للبواقي

لاختبار التوزيع الطبيعي لحدود الخطأ (البواقي) الناتجة عن تقدير النموذج استخدم الباحث اختبار Jarque-Bera، والشكل البياني التالي يوضح التوزيع الطبيعي للبواقي:

شكل رقم (٤)

نتائج اختبار Jarque-Bera



المصدر: مخرجات برنامج Eviews١٢ استنادًا إلى بيانات البنك المركزي السعودي

يوضح الشكل رقم (٤) أن قيمة الاختبار (٣,٠٧٣, ٠) والقيمة الاحتمالية بلغت (٨٥٧, ٠) وهي أكبر من

(٠, ٠٥)، مما يعني أن البواقي تتبع التوزيع الطبيعي.

معادلة الانحدار الخطي البسيط

معادلة الانحدار الخطي البسيط

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

معادلة الانحدار الخطي البسيط

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

حيث: \hat{y} هي قيمة y التقديرية والمناظرة لقيمة x .

α هي ثابت الانحدار، وتمثل طول الجزء المقطوع من المحور الرأسي، وهي تمثل أيضا قيمة y عندما تكون $x = 0$. (وقد تكون موجبة أو سالبة)

β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

x تمثل قيمة المتغير المستقل الذي يؤثر في المتغير التابع y .

معادلة الانحدار الخطي البسيط

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

حيث: \hat{y} هي قيمة y التقديرية والمناظرة لقيمة x .

رأس المال x	كمية الإنتاج y
5	12
7	20
9	22
10	25
12	21
15	19

من خلال المثال: ما هي كمية الإنتاج
إذا كان رأس المال يساوي 11 ؟

معادلة الانحدار الخطي البسيط

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

حيث: \hat{y} هي قيمة y التقديرية والمناظرة لقيمة x .

رأس المال x	كمية الإنتاج y
5	12
7	20
9	22
10	25
12	21
15	19

من خلال المثال: ما هي كمية الإنتاج إذا كان رأس المال يساوي 11؟

من خلال معادلة الانحدار الخطي البسيط يمكننا إيجاد قيمة y المقدرة

هذه القيمة المتنبأ بها نرمز لها بالرمز: \hat{y}

معادلة الانحدار الخطي البسيط

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

حيث: \hat{y} هي قيمة y التقديرية والمناظرة لقيمة x .

رأس المال x	كمية الإنتاج y
5	12
7	20
9	22
10	25
11	?
12	21
15	19

من خلال المثال: ما هي كمية الإنتاج إذا كان رأس المال يساوي 11؟

من خلال معادلة الانحدار الخطي البسيط يمكننا إيجاد قيمة y المقدرة

هذه القيمة المتنبأ بها نرمز لها بالرمز: \hat{y}

معادلة الانحدار الخطي البسيط

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

حيث: \hat{y} هي قيمة y التقديرية والمناظرة لقيمة x .

رأس المال x	كمية الإنتاج y
5	12
7	20
9	22
10	25
11	?
12	21
15	19

من خلال المثال: ما هي كمية الإنتاج إذا كان رأس المال يساوي 11؟

من خلال معادلة الانحدار الخطي البسيط يمكننا إيجاد قيمة y المقدرة

$$\hat{y} = \alpha + \beta(11)$$

هذه القيمة المتنبأ بها نرمز لها بالرمز: \hat{y}

معادلة الانحدار الخطي البسيط

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

معادلة الانحدار الخطي البسيط

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

حيث: \hat{y} هي قيمة y التقديرية والمناظرة لقيمة x .

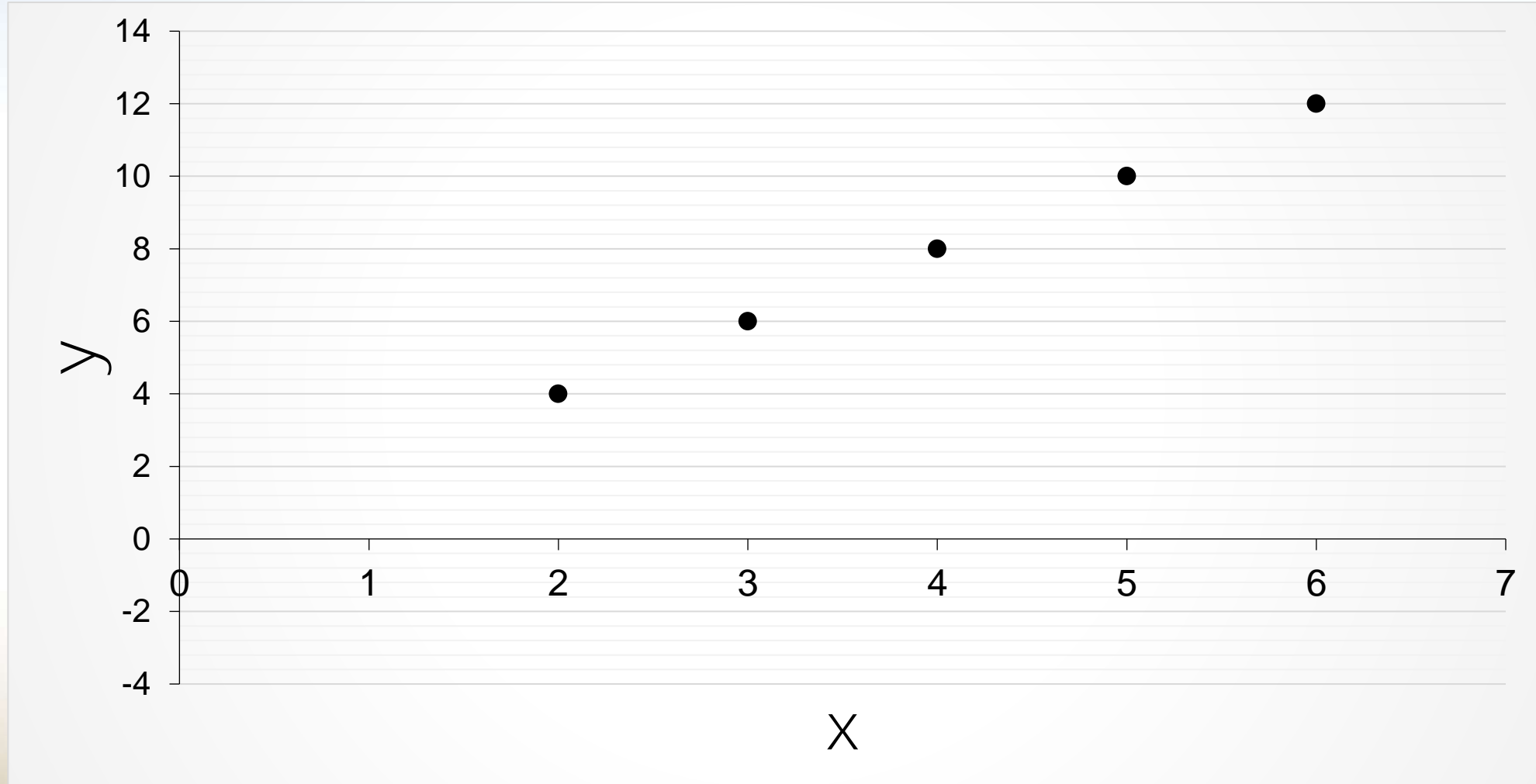
α هي ثابت الانحدار، وتمثل طول الجزء المقطوع من المحور الرأسي، وهي تمثل أيضا قيمة y عندما تكون $x = 0$. (وقد تكون موجبة أو سالبة)

β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

x تمثل قيمة المتغير المستقل الذي يؤثر في المتغير التابع y .

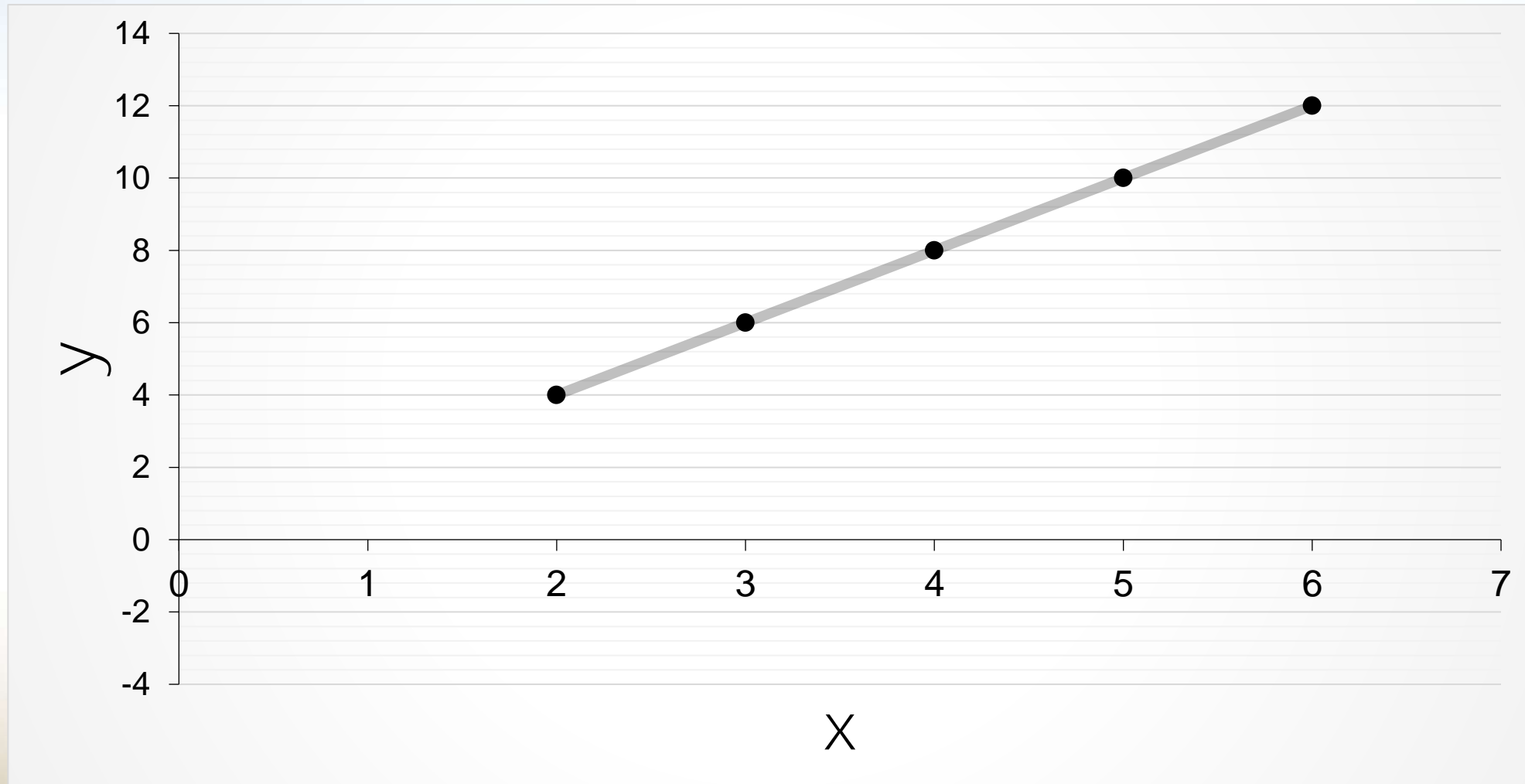
معادلة الانحدار الخطي البسيط

6	5	4	3	2	x
12	10	8	6	4	Y



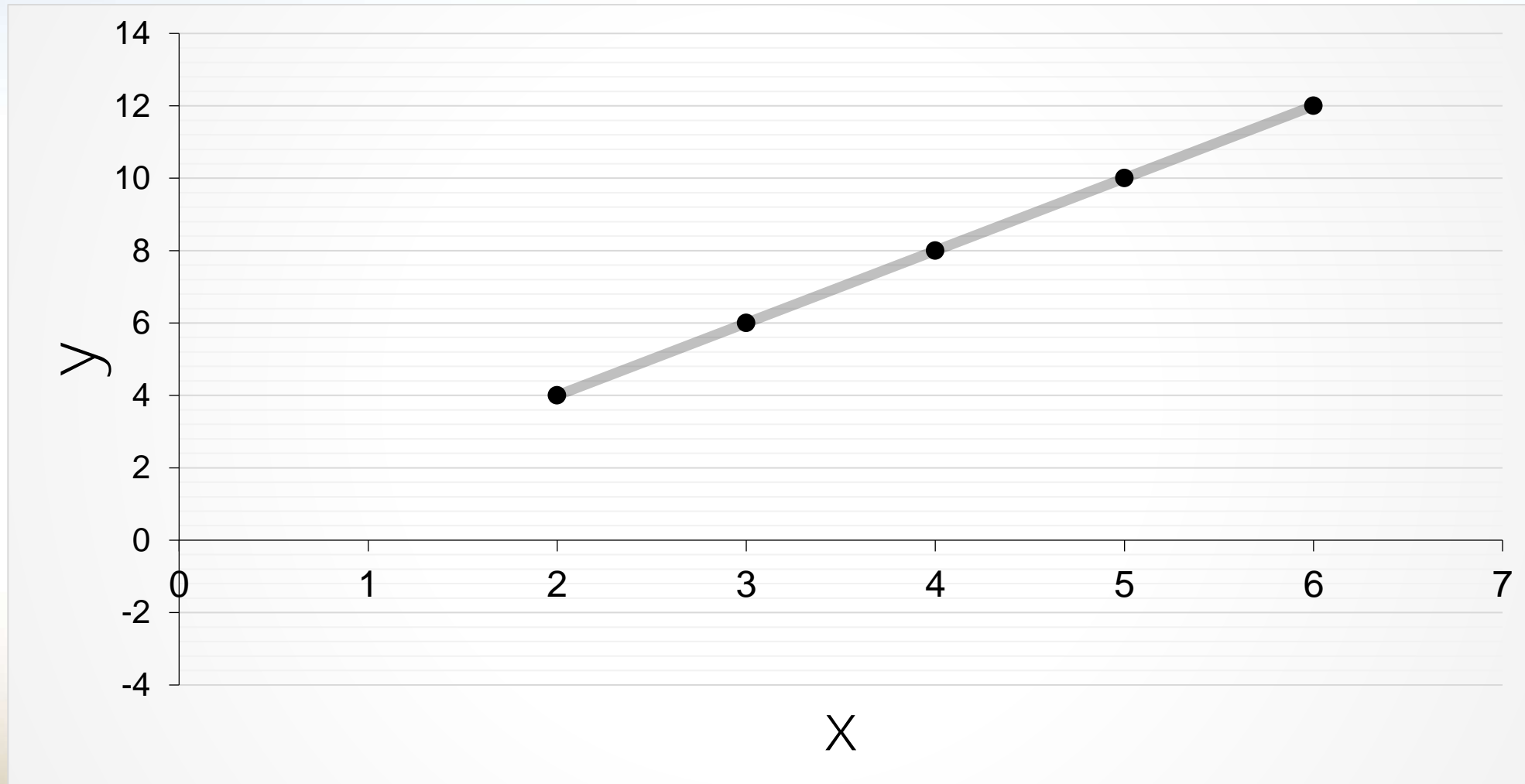
معادلة الانحدار الخطي البسيط

6	5	4	3	2	x
12	10	8	6	4	Y



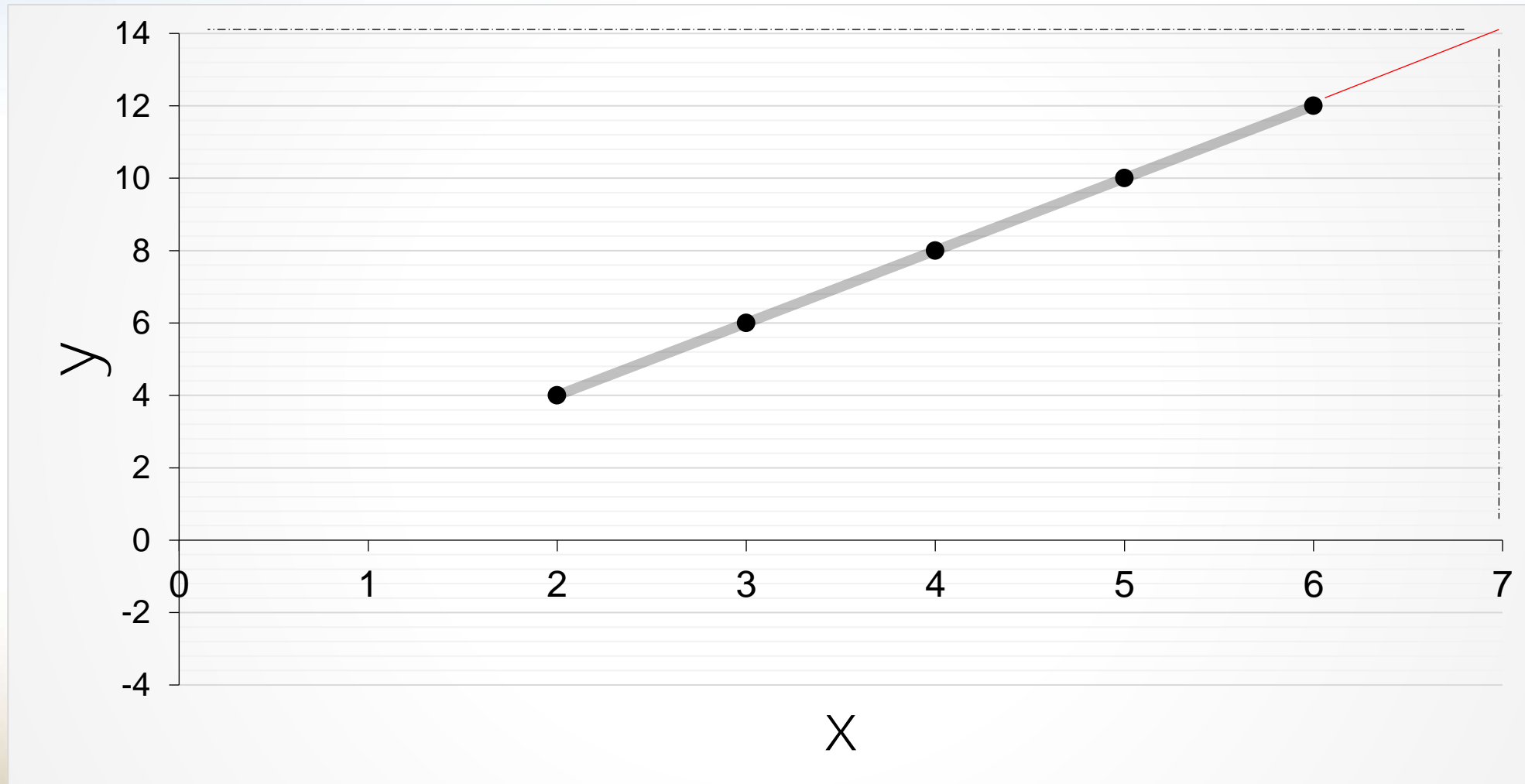
معادلة الانحدار الخطي البسيط

7	6	5	4	3	2	x
	12	10	8	6	4	Y

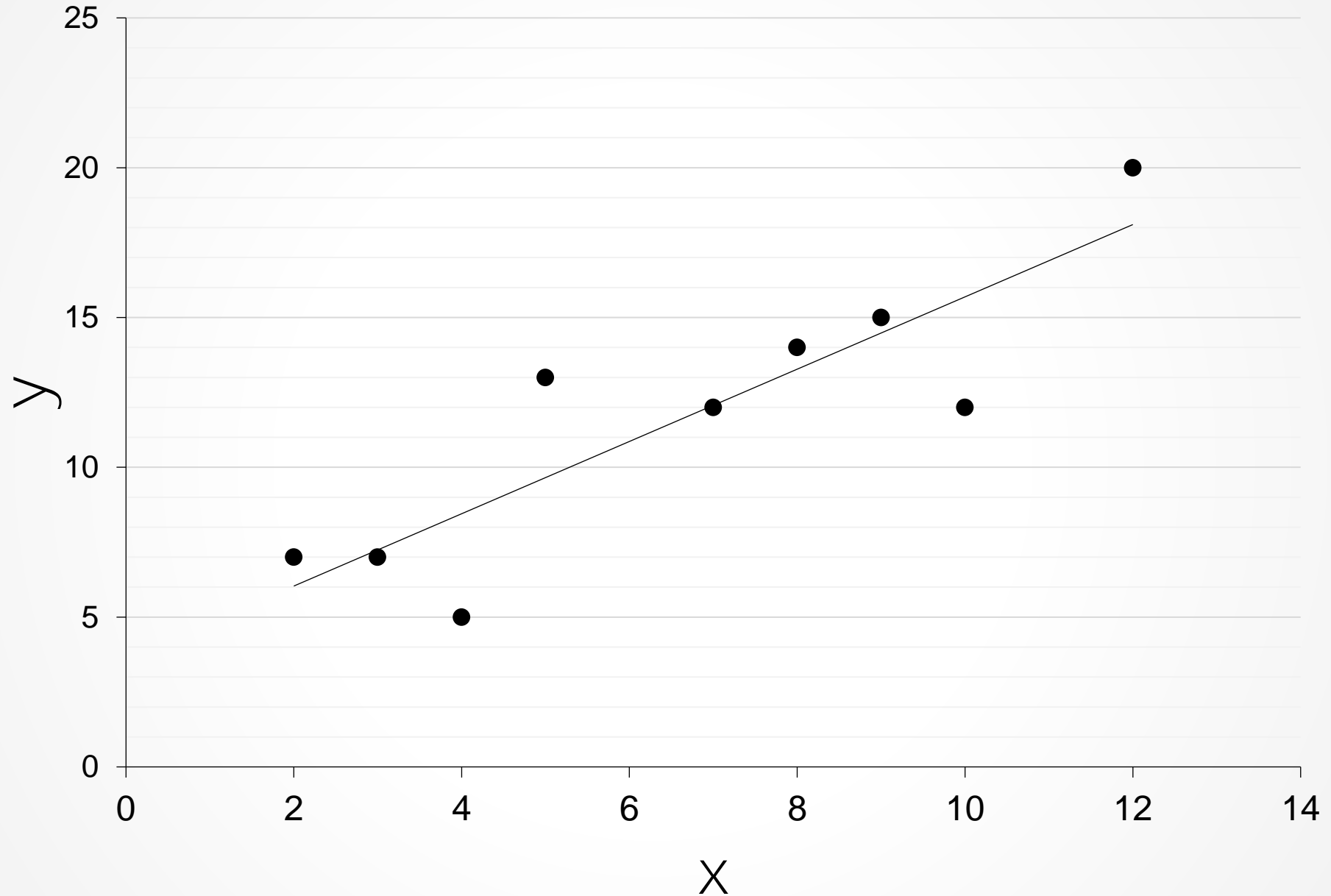


معادلة الانحدار الخطي البسيط

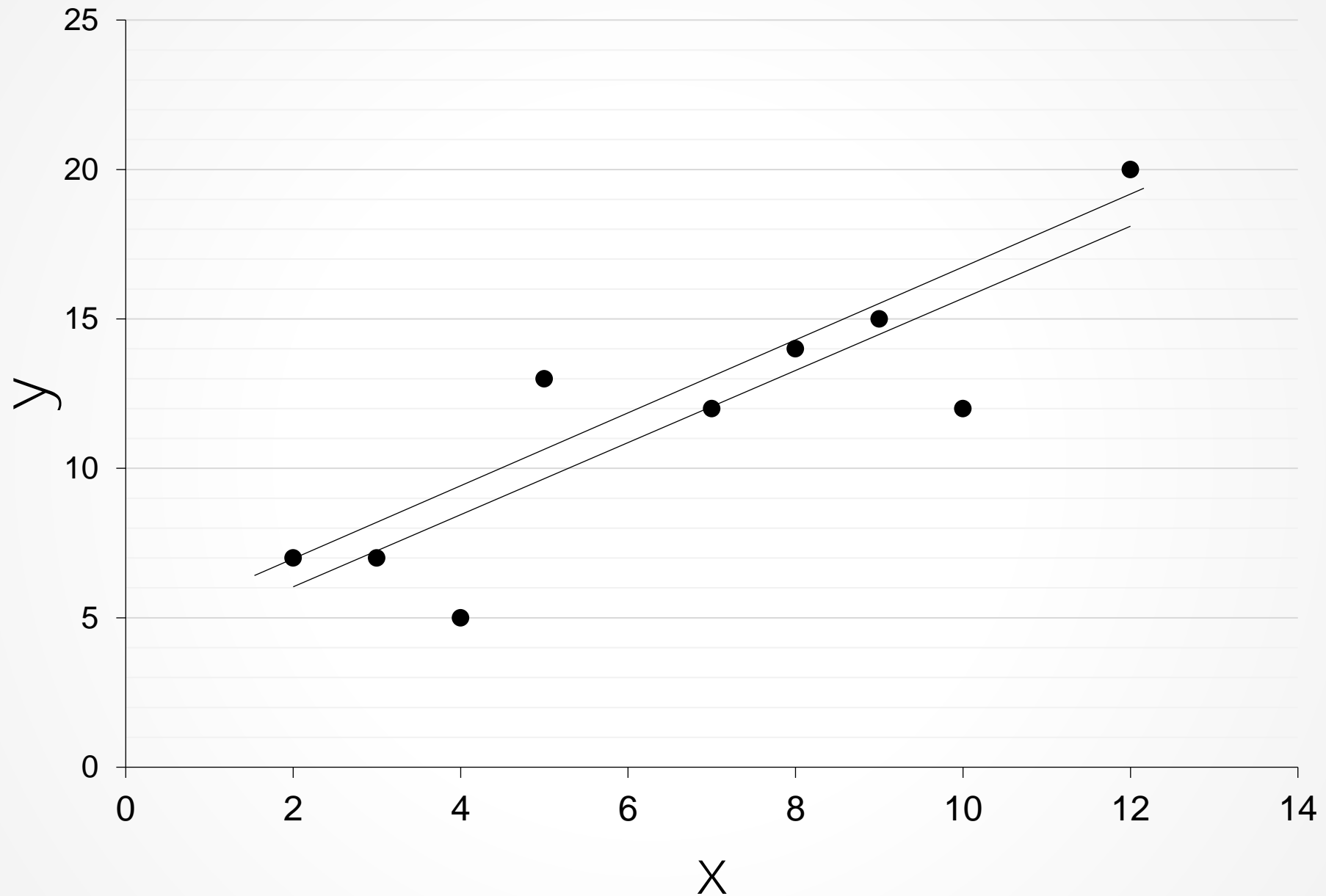
7	6	5	4	3	2	X
14	12	10	8	6	4	Y



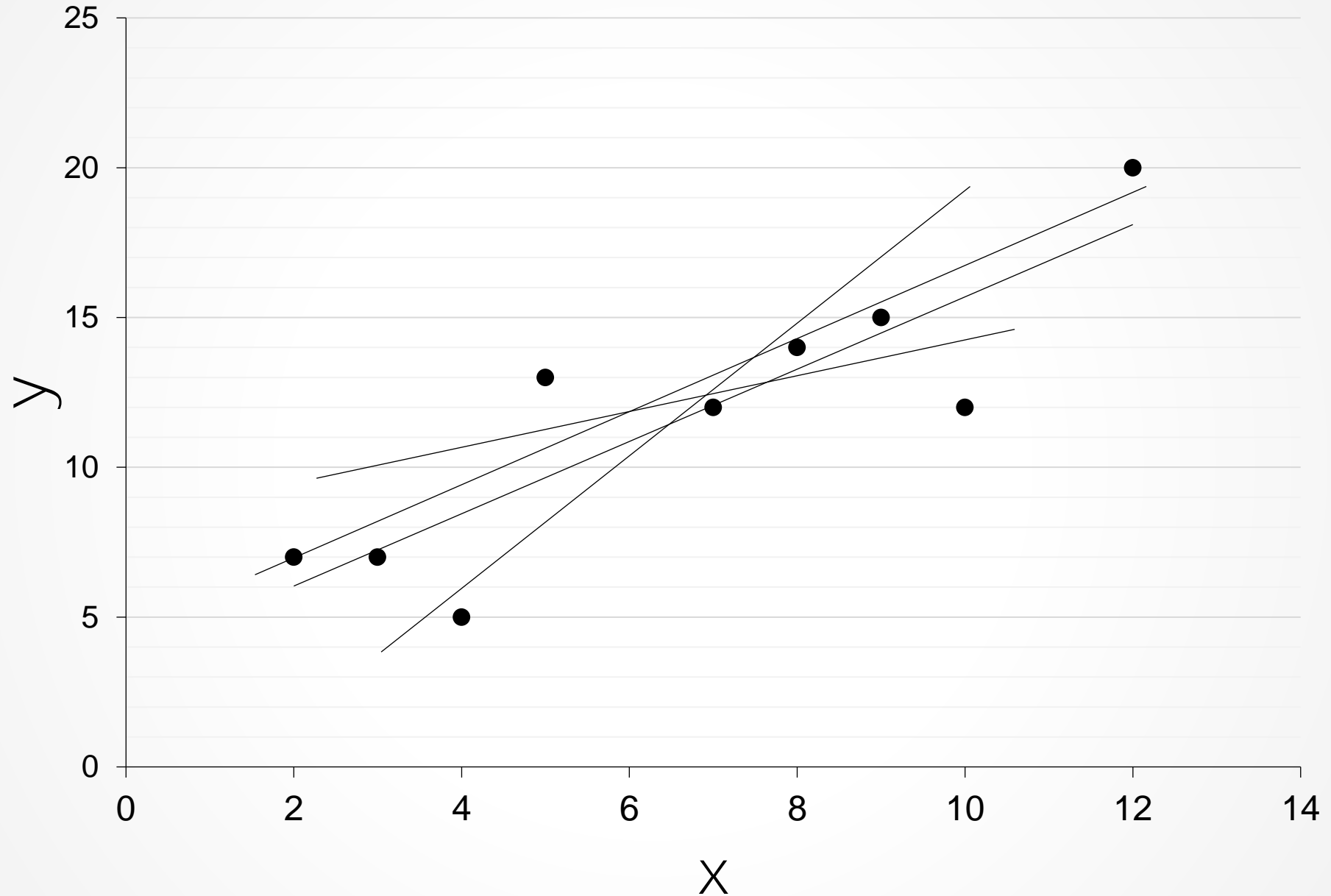
معادلة الانحدار الخطي البسيط



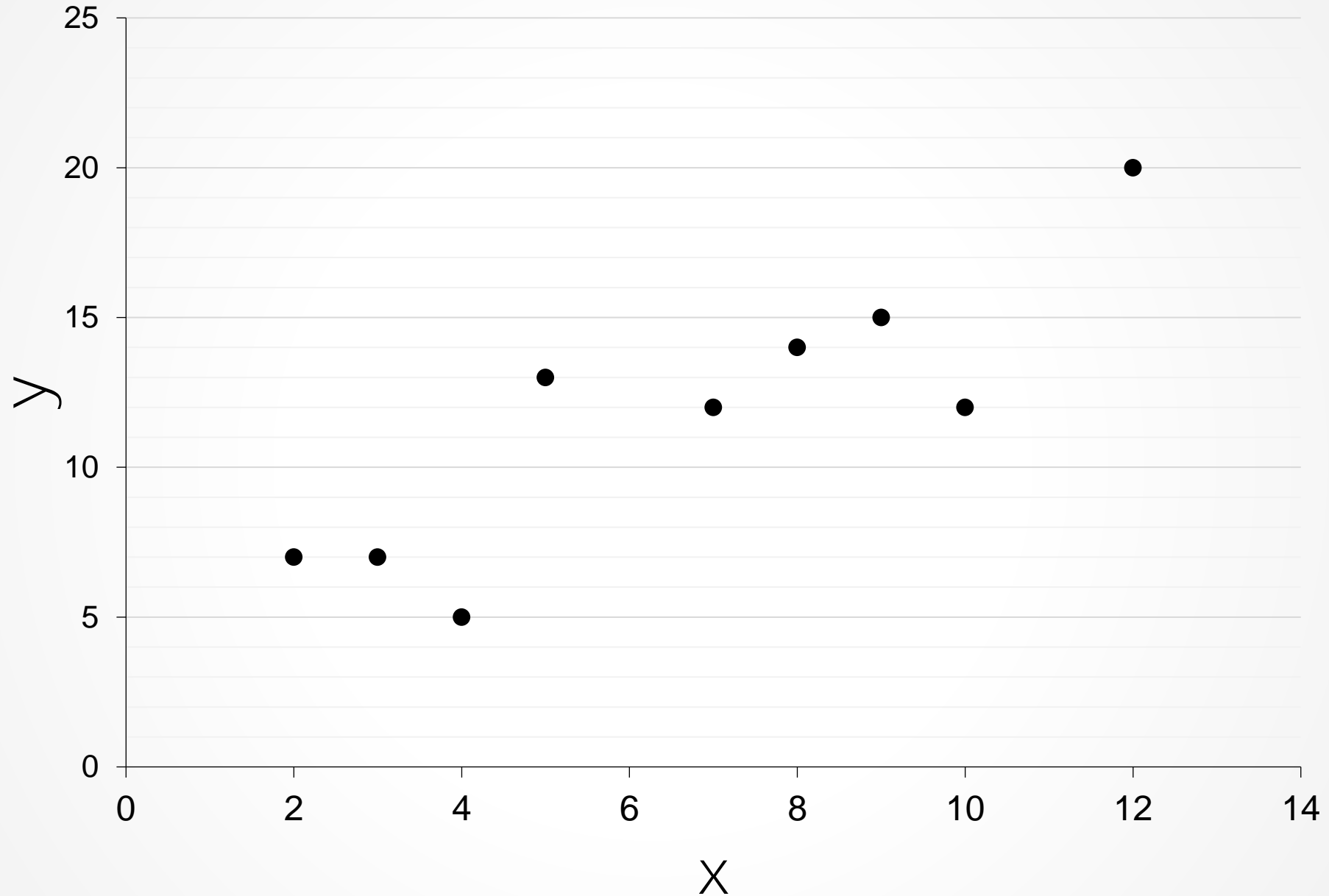
معادلة الانحدار الخطي البسيط



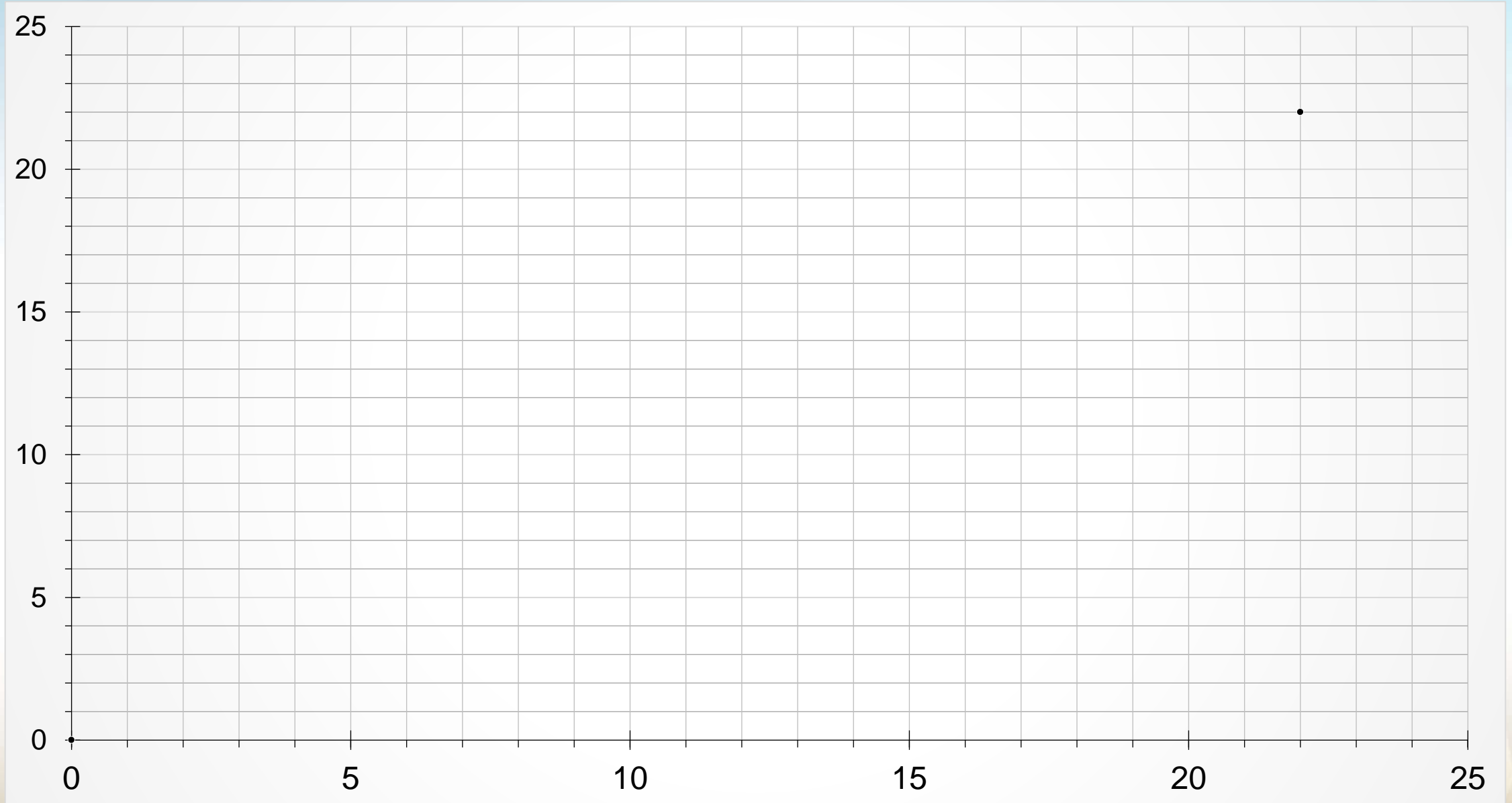
معادلة الانحدار الخطي البسيط



معادلة الانحدار الخطي البسيط



معادلة الانحدار الخطي البسيط



معادلة الانحدار الخطي البسيط

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

حيث: \hat{y} هي قيمة y التقديرية والمناظرة لقيمة x .

α هي ثابت الانحدار، وتمثل طول الجزء المقطوع من المحور الرأسي، وهي تمثل أيضا قيمة y عندما تكون $x = 0$. (وقد تكون موجبة أو سالبة)

β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

x تمثل قيمة المتغير المستقل الذي يؤثر في المتغير التابع y .

معادلة الانحدار الخطي البسيط

الغرض من هذه المعادلة:

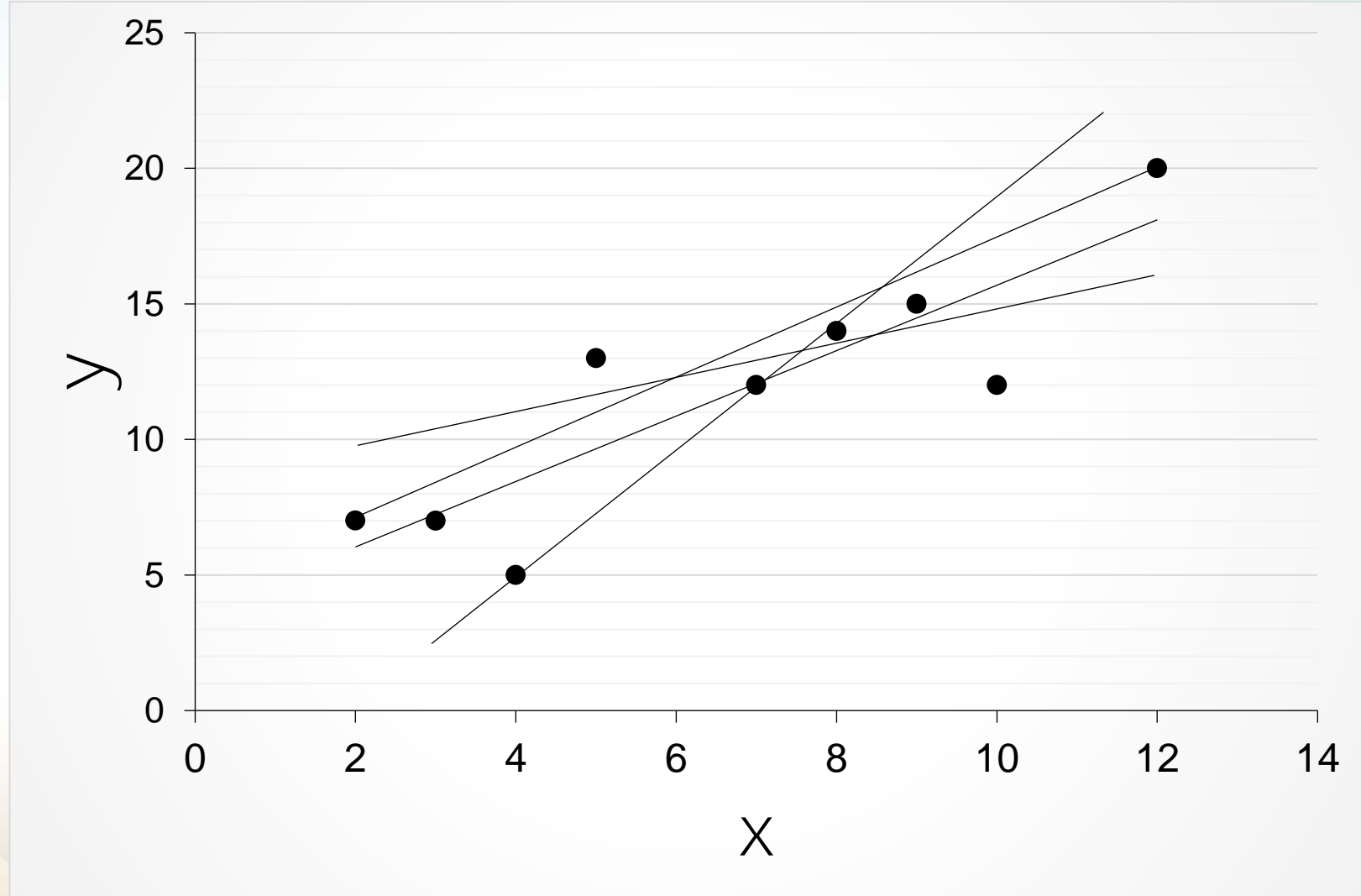
$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

إيجاد أفضل علاقة خطية
بين المتغيرين.

يعني إيجاد أفضل اتجاه
خطي يمر بين النقاط
للمتغيرين، ويمثل الخط: Y
التقديرية

مثلا: كم تساوي Y إذا كانت X
تساوي 13؟

لن تعرف الإجابة، ما لم تحدد
الخط الأفضل.



معادلة الانحدار الخطي البسيط

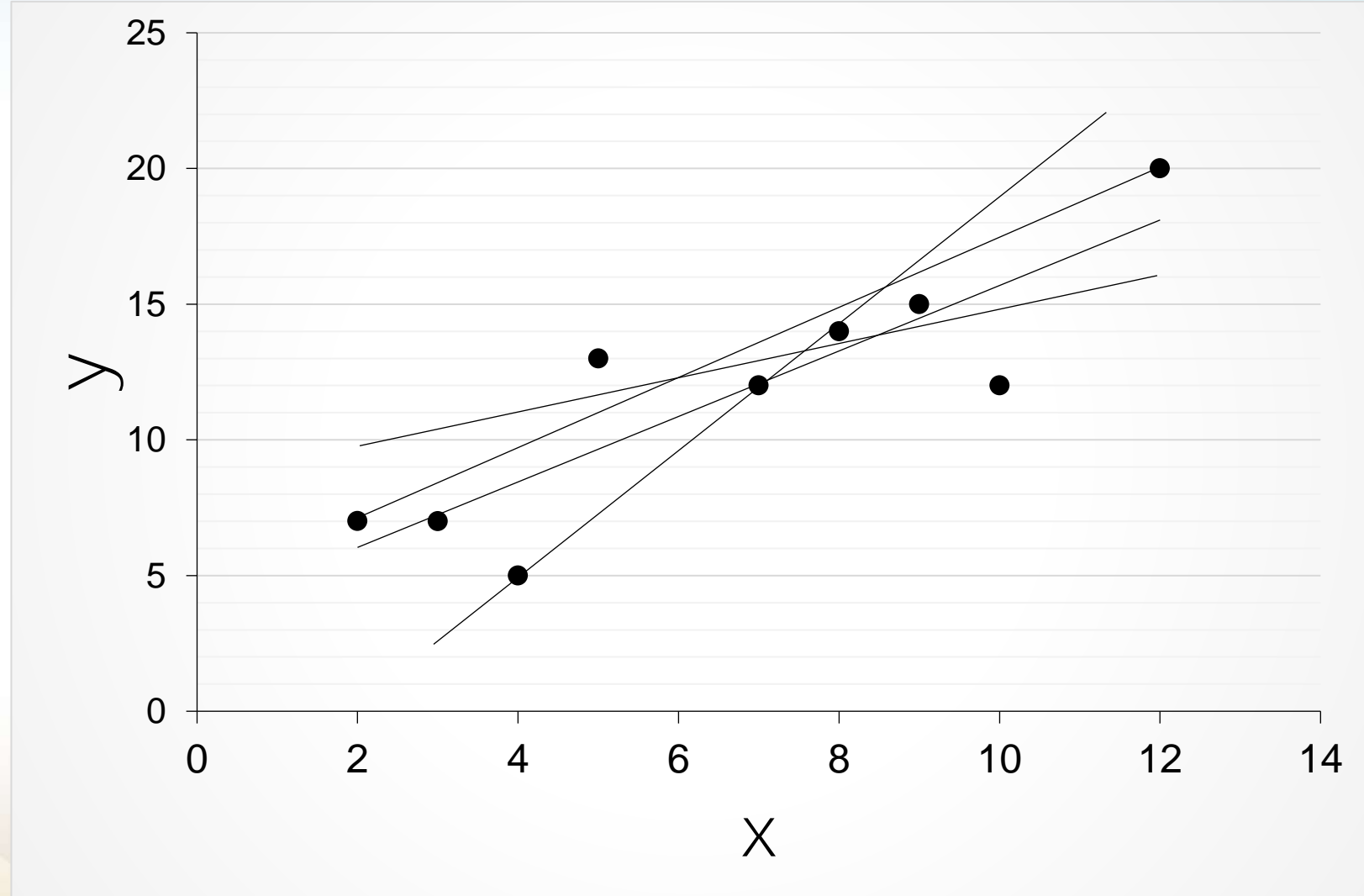
الغرض من هذه المعادلة:

إيجاد أفضل علاقة خطية بين المتغيرين.

يعني إيجاد أفضل اتجاه خطي يمر بين النقاط للمتغيرين، ويمثل الخط: \hat{y} التقديرية

وحتى نُوجد هذا الخط: يجب إيجاد قيمة α فهي أساس الخط وانطلاقه؛ لتحديد اتجاه الخط

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$



معادلة الانحدار الخطي البسيط

الفرض من هذه المعادلة:

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

إيجاد أفضل علاقة خطية
بين المتغيرين.

وحتى نُوجد هذا الخط:

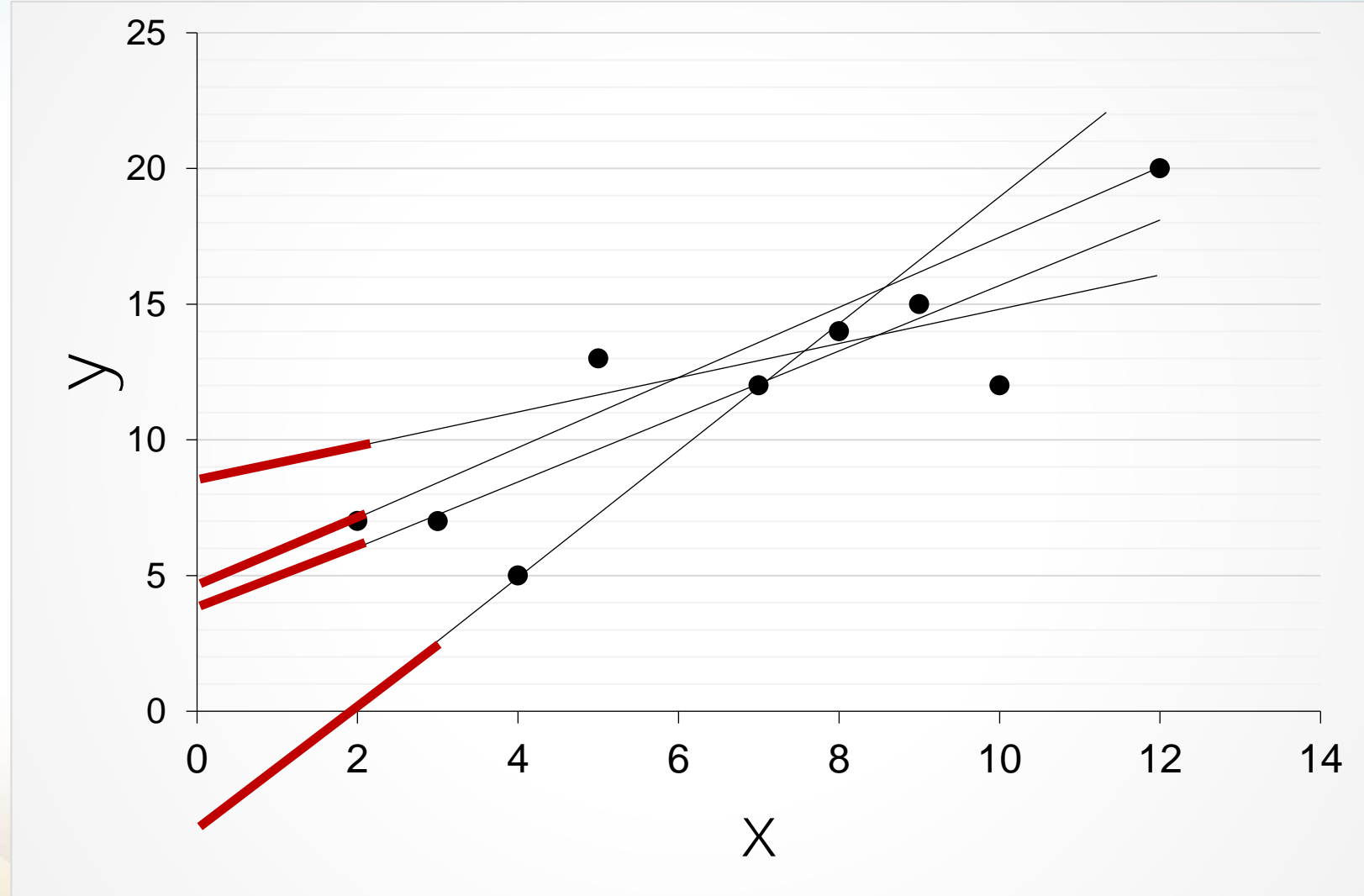
يجب إيجاد قيمة α فهي

أساس الخط وانطلاقه؛

لتحديد اتجاه الخط

α تعني: كم تساوي Y عندما

X تساوي صفر

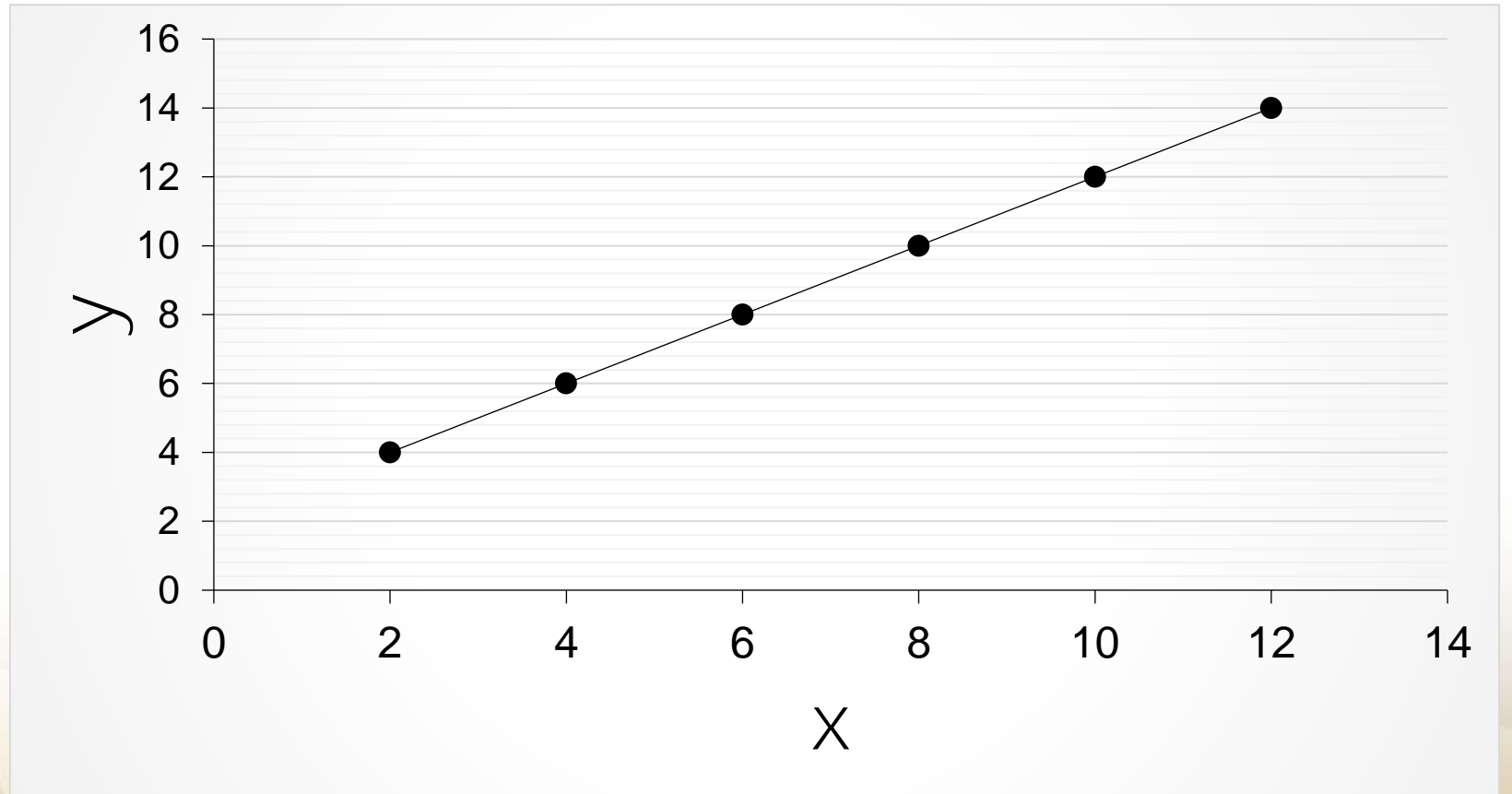


$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

معادلة الانحدار الخطي البسيط

حيث: α هي ثابت الانحدار، وتمثل طول الجزء المقطوع من المحور الرأسي، وهي تمثل أيضا قيمة y عندما تكون $x = 0$. (وقد تكون موجبة أو سالبة)

12	10	8	6	4	2		x
14	12	10	8	6	4		y



معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

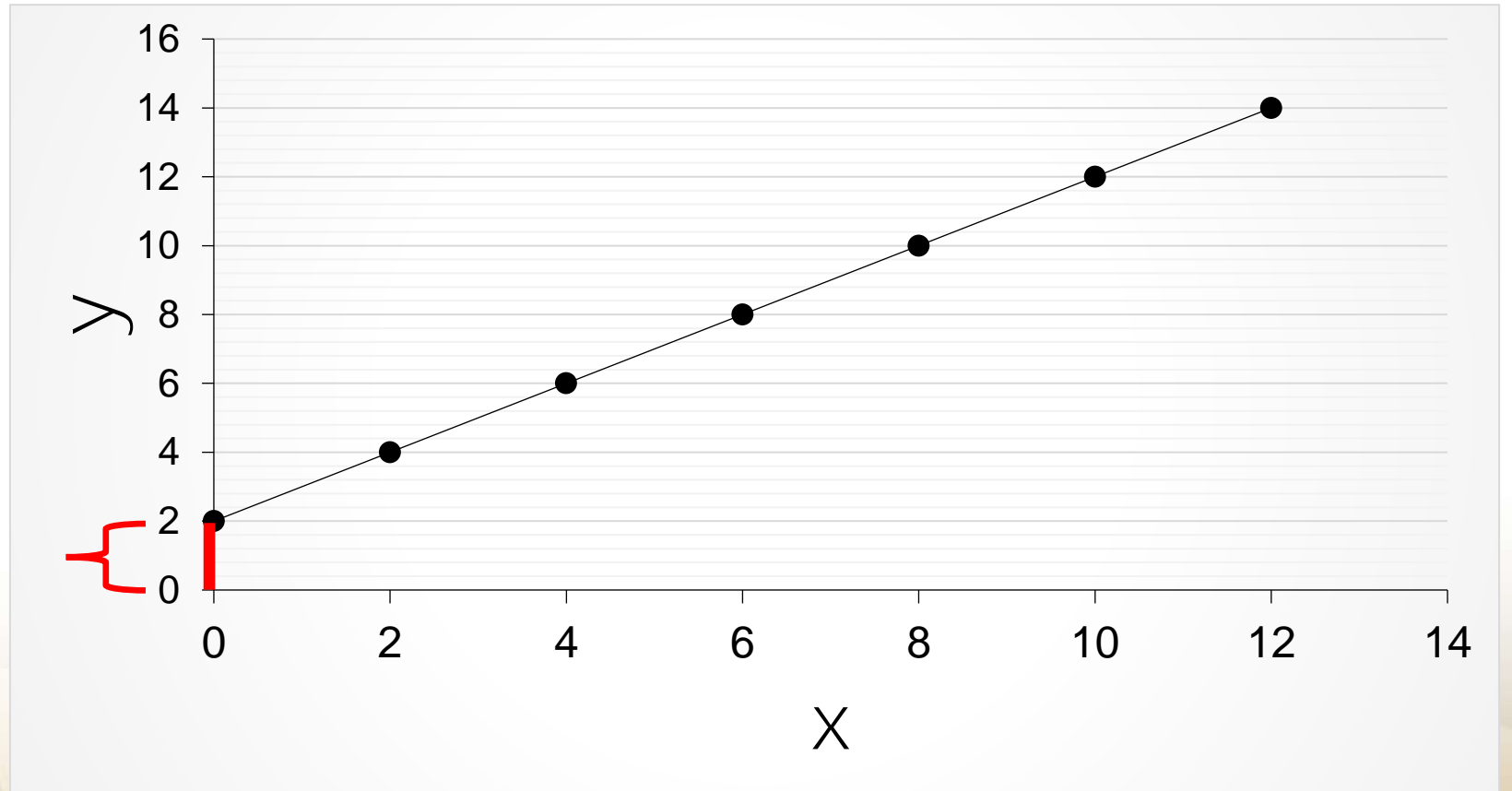
حيث: α هي ثابت الانحدار، وتمثل طول الجزء المقطوع من المحور الرأسي، وهي تمثل أيضا قيمة y عندما تكون $x = 0$. (وقد تكون موجبة أو سالبة)

12	10	8	6	4	2	0	X
14	12	10	8	6	4	?	Y

لحساب معادلة الانحدار الخطي:

يجب معرفة طول الجزء المقطوع من المحور الرأسي وإدراجه ضمن المعادلة.

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$



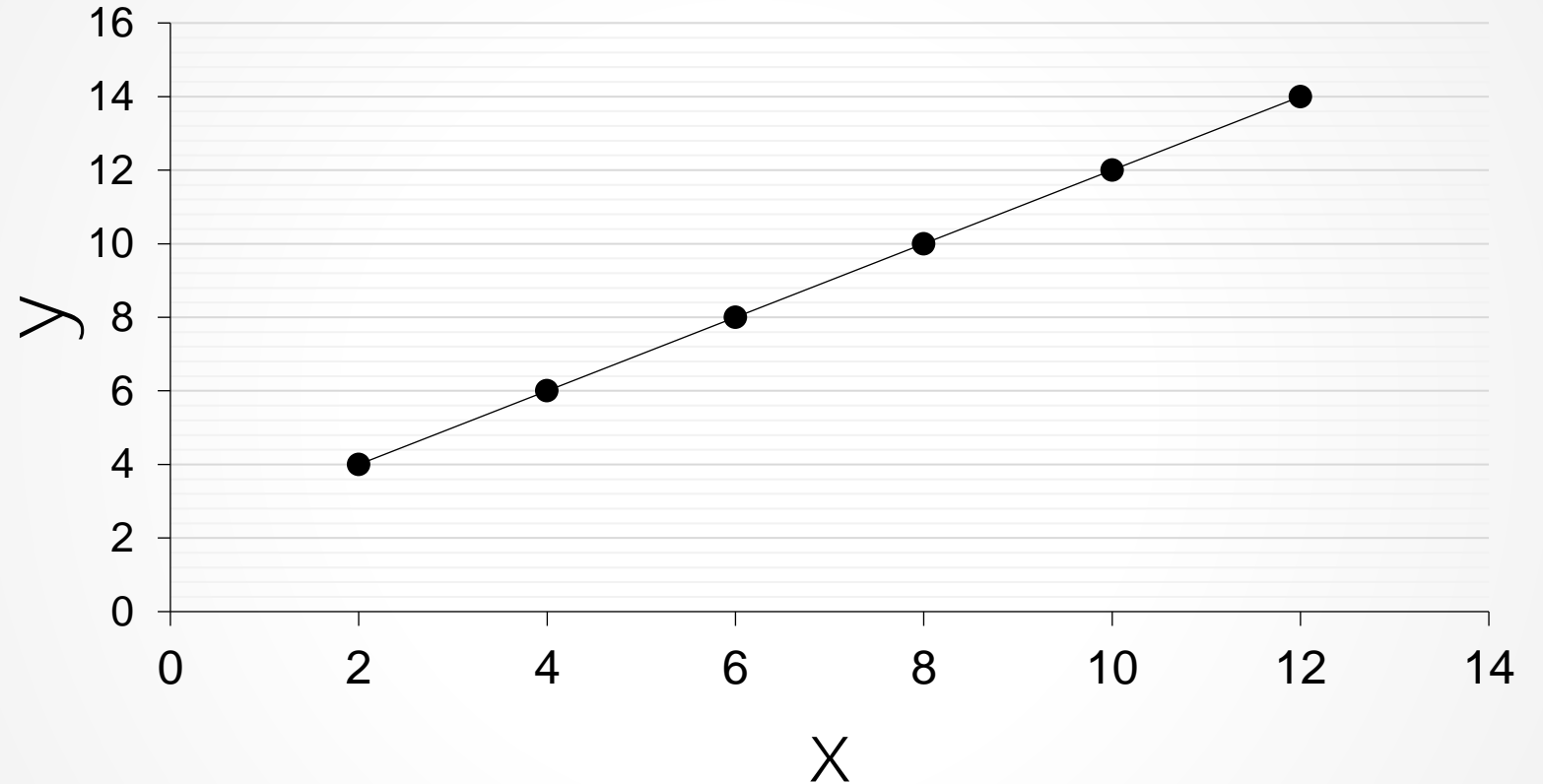
معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

حيث: α هي ثابت الانحدار، وتمثل طول الجزء المقطوع من المحور الرأسي، وهي تمثل أيضا قيمة y عندما تكون $x = 0$. (وقد تكون موجبة أو سالبة)

12	10	8	6	4	2	x
14	12	10	8	6	4	y

وفي معظم الحالات تكون x أكبر من الصفر والبيانات عشوائية، فنقوم بحساب y إذا كانت x تساوي صفر من خلال المعادلة التالية:

$$\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x}$$



معادلة الانحدار الخطي البسيط

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

معادلة الانحدار الخطي البسيط

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

حيث: \hat{y} هي قيمة y التقديرية والمناظرة لقيمة x .

α هي ثابت الانحدار، وتمثل طول الجزء المقطوع من المحور الرأسي، وهي تمثل أيضا قيمة y عندما تكون $x = 0$. (وقد تكون موجبة أو سالبة)

β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

x تمثل قيمة المتغير المستقل الذي يؤثر في المتغير التابع y .

معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

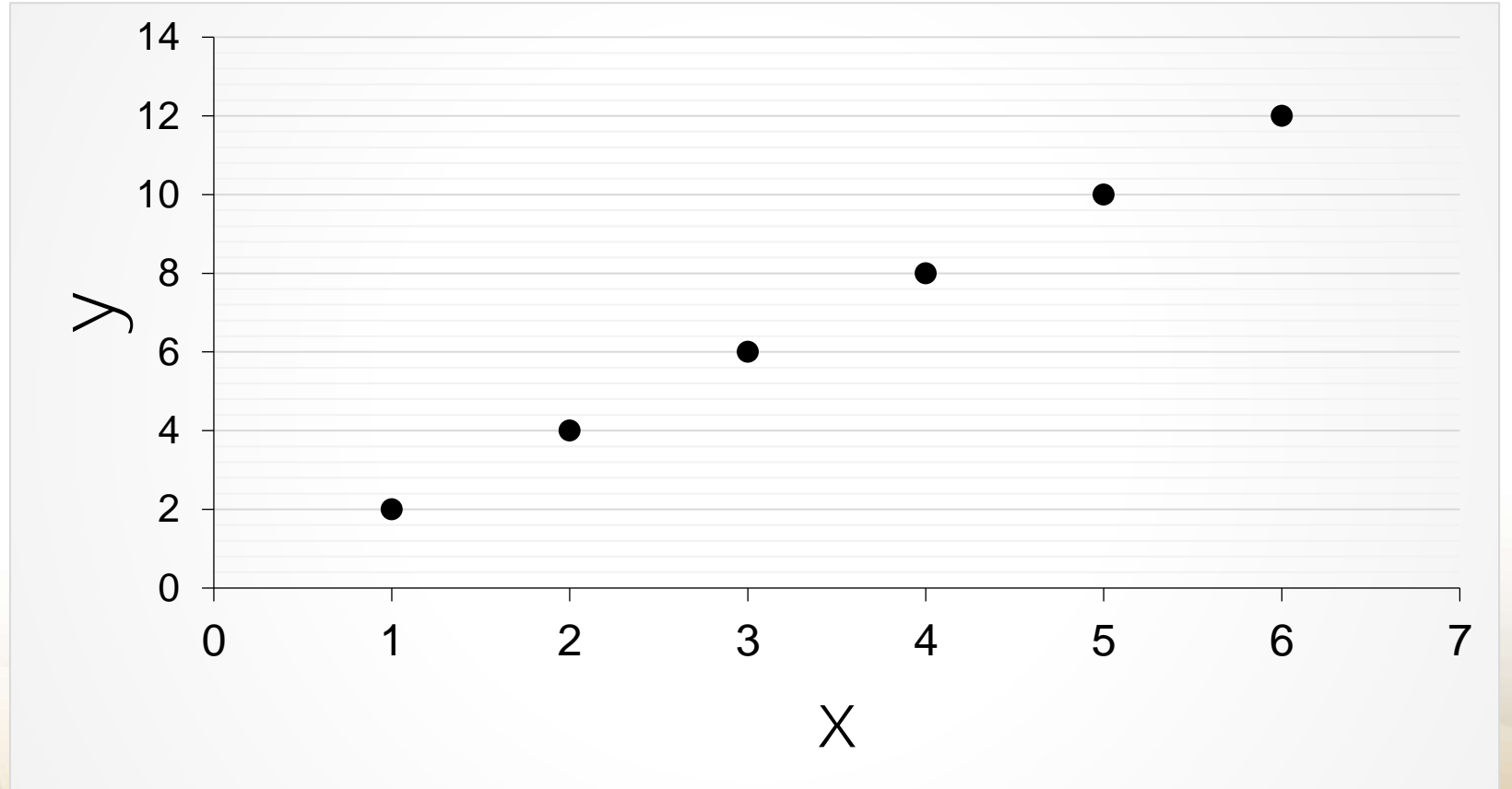
حيث: β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

x	1	2	3	4	5	6
Y	2	4	6	8	10	12

β معامل الانحدار في هذا المثال
يساوي: $\beta = 2$

بمعنى أن كل زيادة وحدة واحدة في x يقابلها زيادة بمقدار 2 في y

حيث تقع جميع النقاط على الخط المستقيم، وتعبّر عن الارتباط التام بين المتغيرين



معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

حيث: β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

x	1	2	3	4	5	6
Y	2	4	6	8	10	12

معامل الانحدار في هذا المثال يساوي:

$$2 = \beta$$

بمعنى أن كل زيادة وحدة واحدة في x

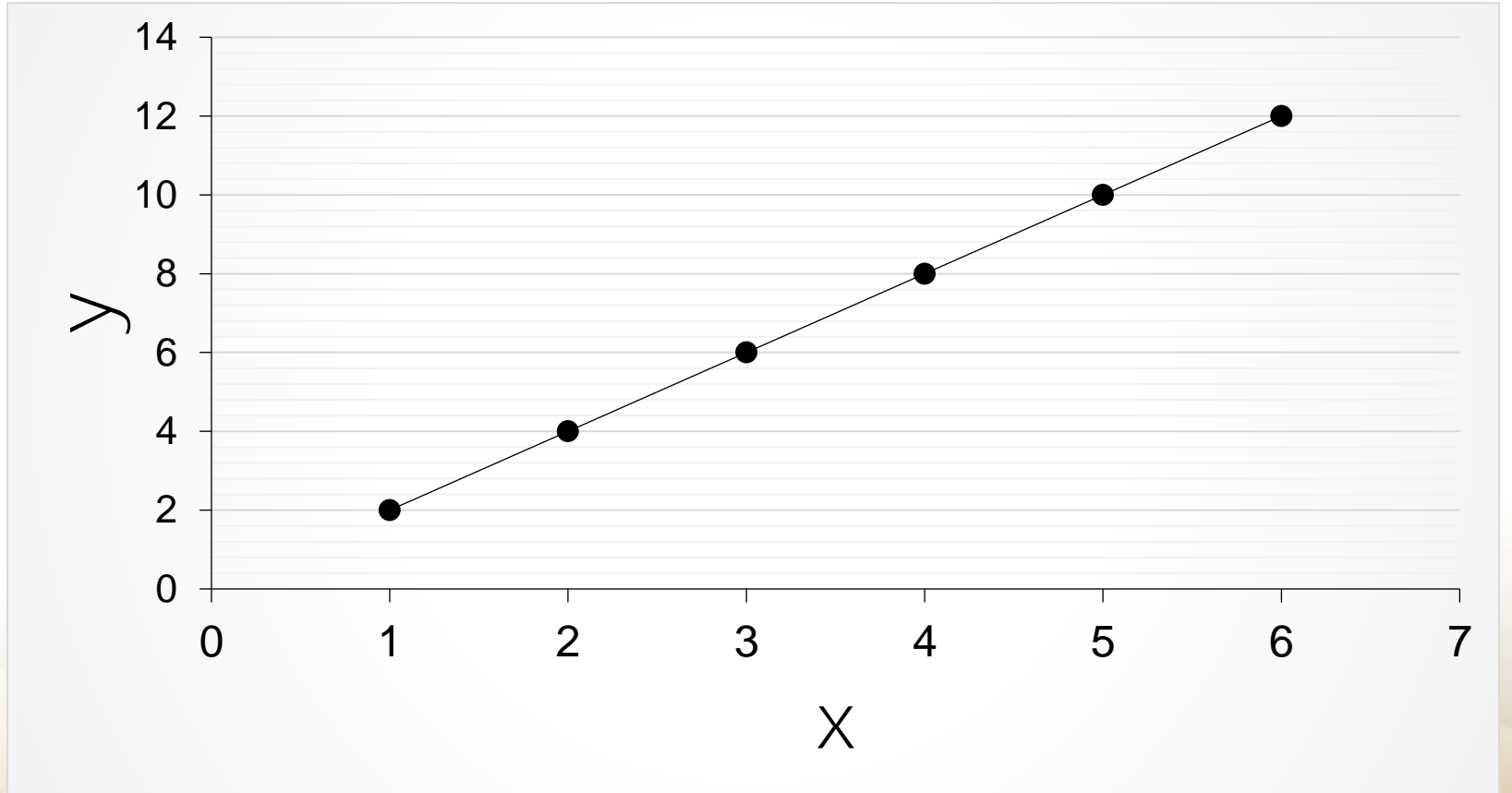
يقابلها زيادة بمقدار 2 في y

وبالتالي يمكننا رسم خط مستقيم

يتصل بجميع هذه النقاط

ولكن في معظم البيانات محل

الدراسة لا يكون الارتباط تاما



معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

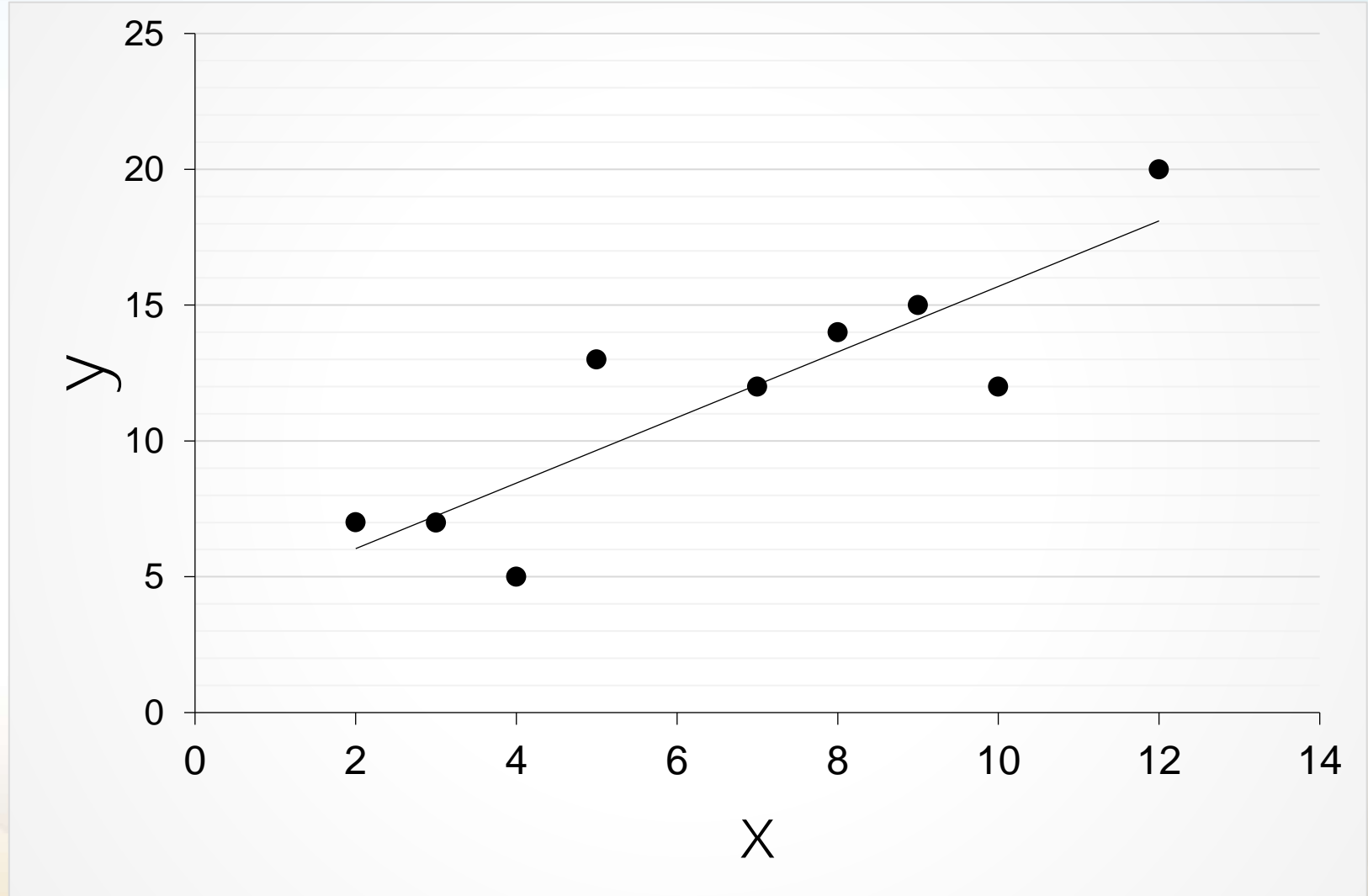
حيث: β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

ولحساب معادلة الانحدار الخطي:

يجب معرفة معامل الانحدار أو مقدار الميل، أو معدل التغير في y

ولكن السؤال: ما هو أفضل ميل يمكن إيجاده من خلال الخط المستقيم؟

قارن بين الخطوط التالية.



معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

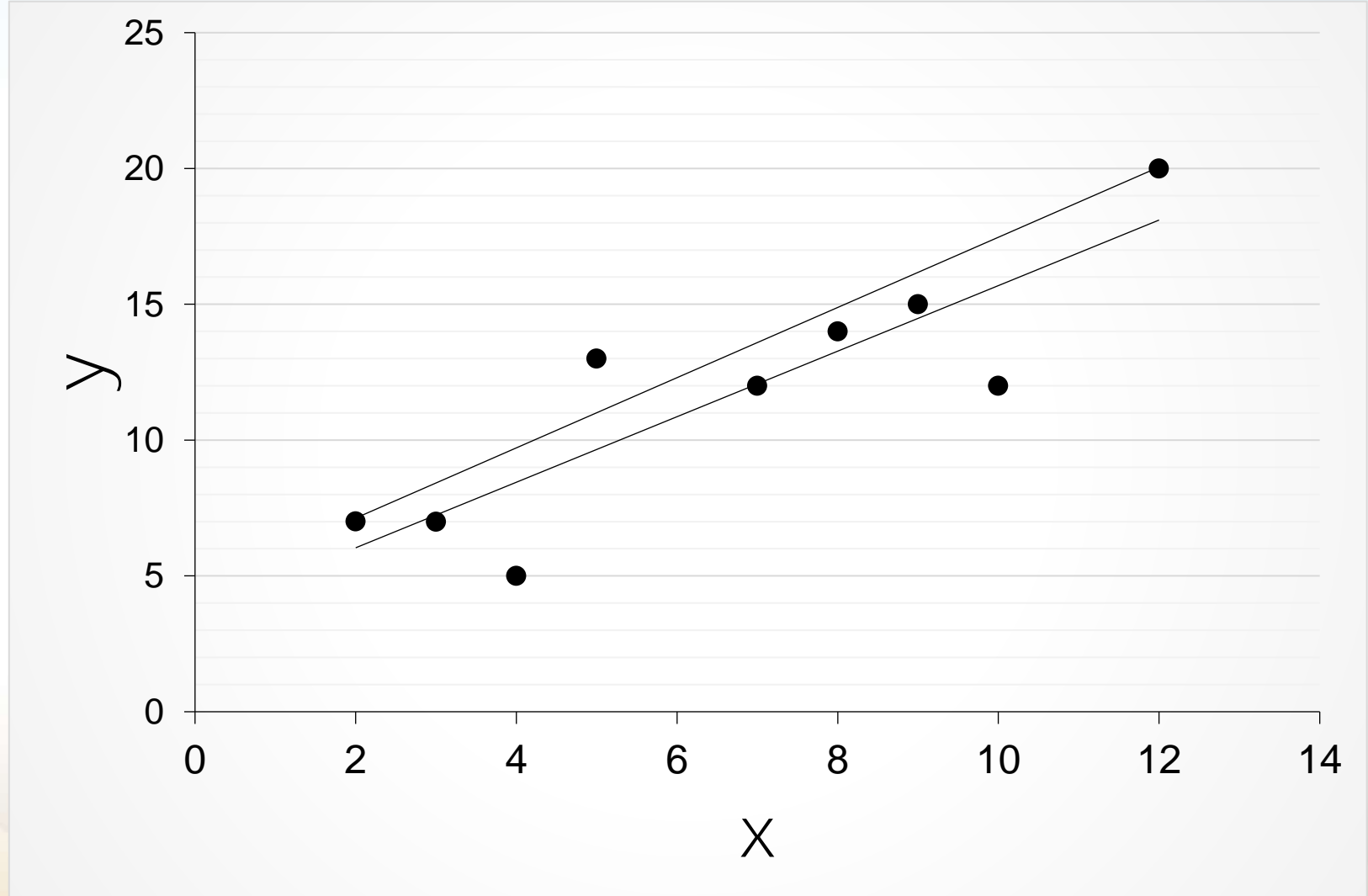
حيث: β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

لحساب معادلة الانحدار الخطي:

يجب معرفة مقدار الميل، أو
معدل التغير في y

ولكن السؤال: ما هو أفضل ميل
يمكن إيجاده من خلال الخط
المستقيم؟

قارن بين الخطوط التالية.



معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

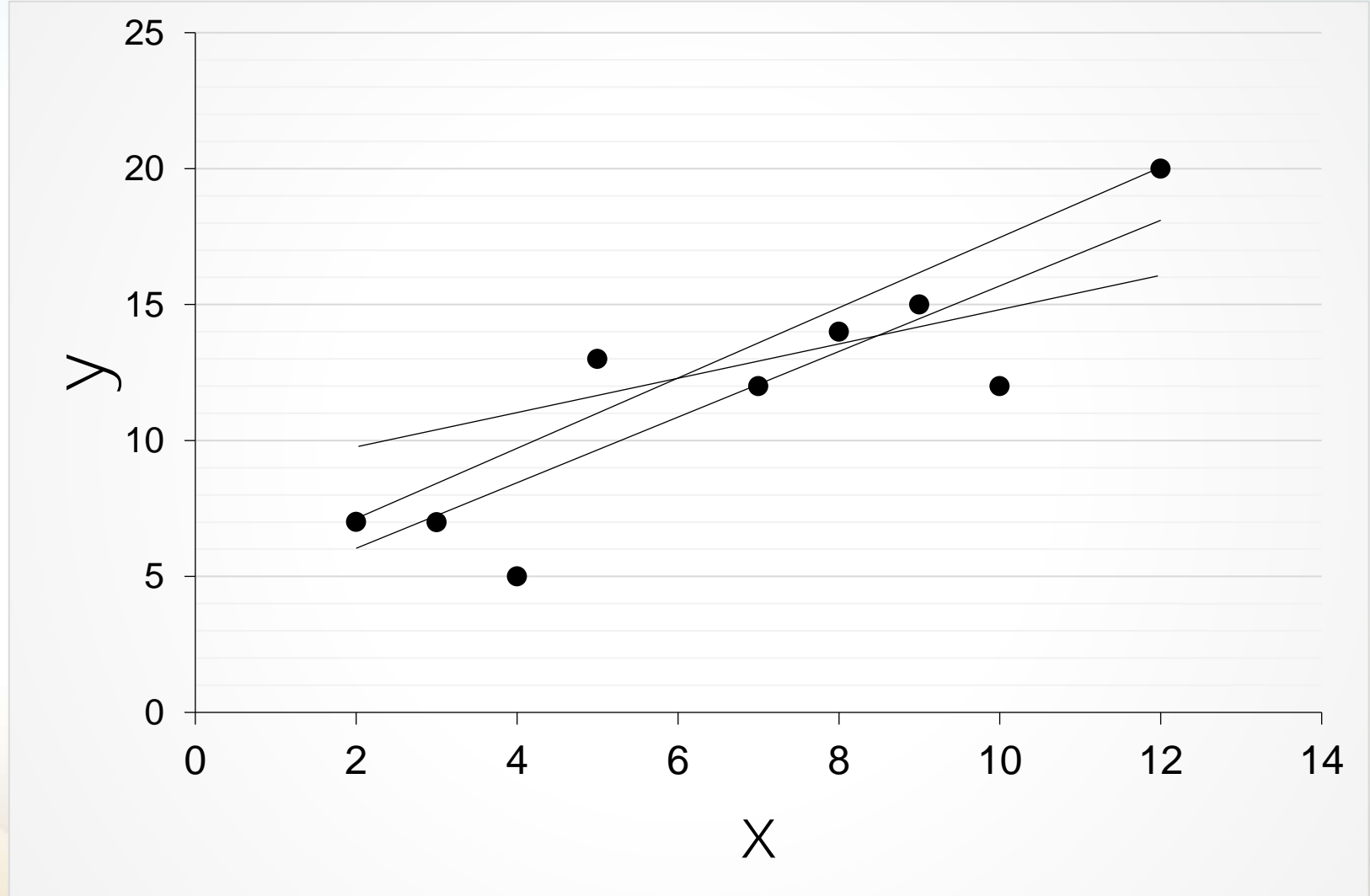
حيث: β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

لحساب معادلة الانحدار الخطي:

يجب معرفة مقدار الميل، أو
معدل التغير في y

ولكن السؤال: ما هو أفضل ميل
يمكن إيجاده من خلال الخط
المستقيم؟

قارن بين الخطوط التالية.



معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

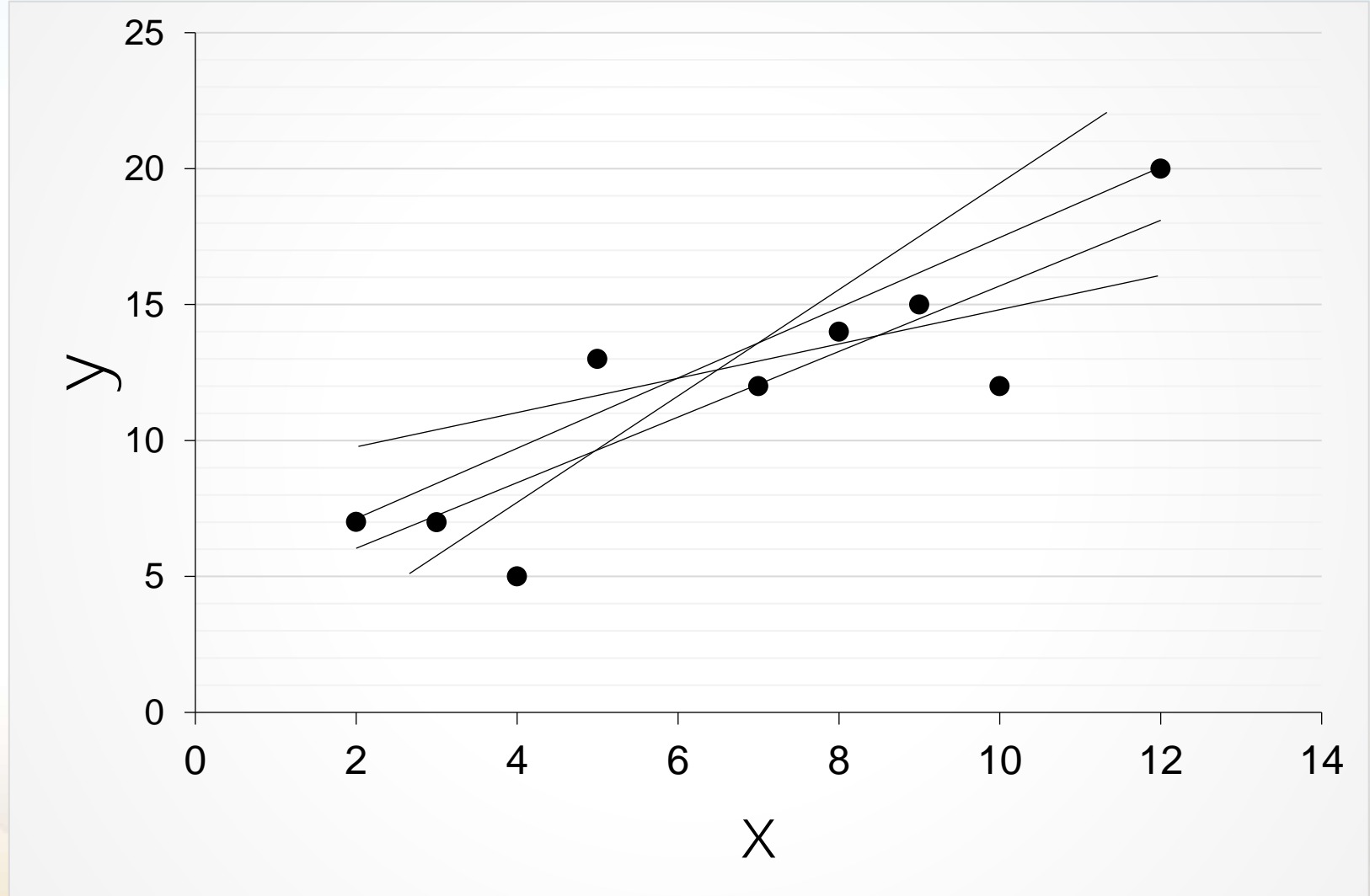
حيث: β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

لحساب معادلة الانحدار الخطي:

يجب معرفة مقدار الميل، أو
معدل التغير في y

ولكن السؤال: ما هو أفضل ميل
يمكن إيجاده من خلال الخط
المستقيم؟

قارن بين الخطوط التالية.



معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

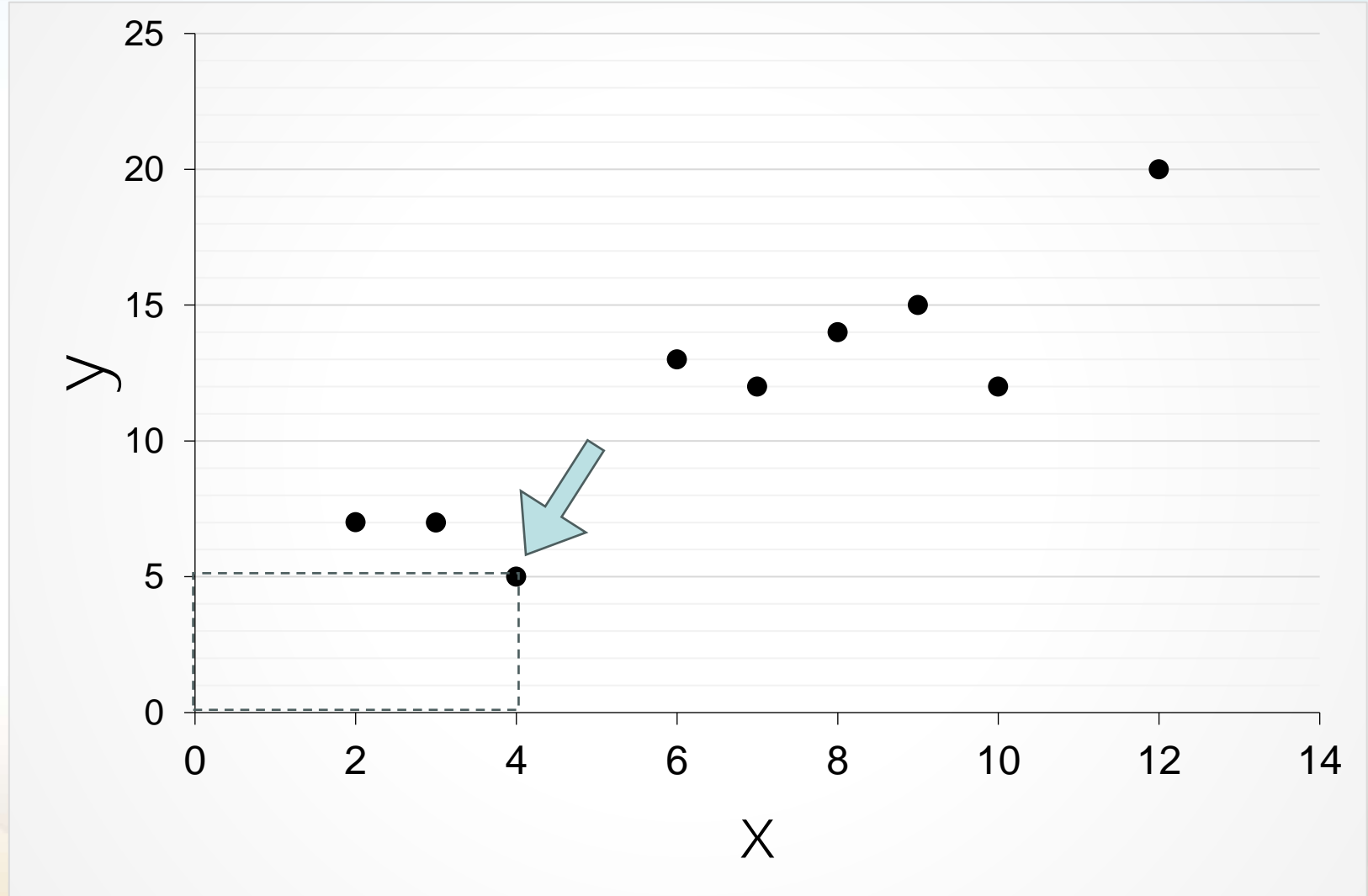
حيث: β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

إن كل خط من الخطوط السابقة
يمثل تقدير y
بمعنى:

س/ ما هي قيمة y عندما كانت
قيمة $x = 4$ ؟

الجواب: 5

نعرف الإجابة لأنها ضمن البيانات
المشاهدة لدينا.



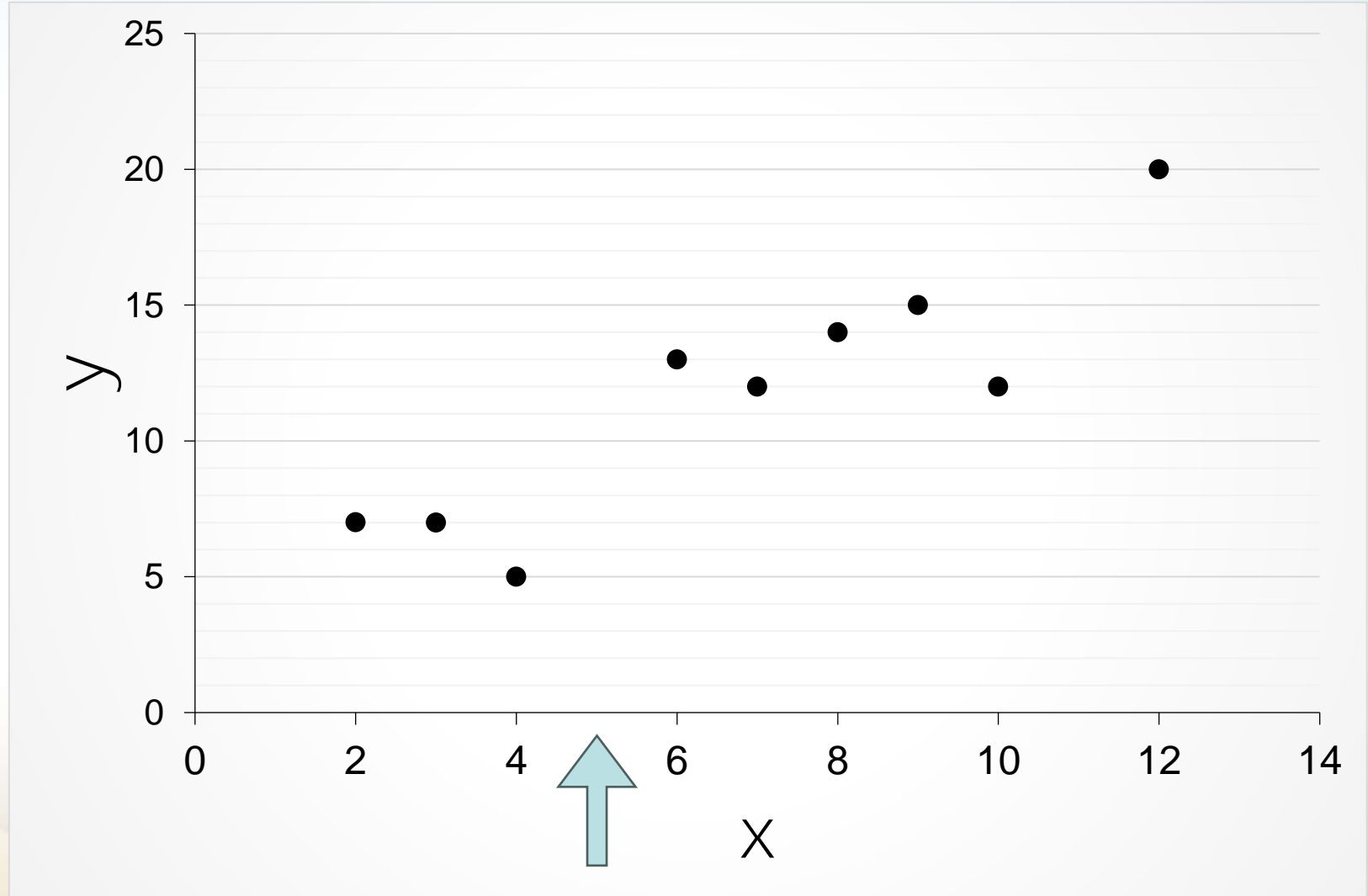
معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

حيث: β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

لكن:

س/ ما هي قيمة Y عندما كانت
قيمة $X = 5$ ؟

الجواب: لا نعرف، لأنها ليست
مشاهدة ضمن البيانات.



معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

حيث: β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

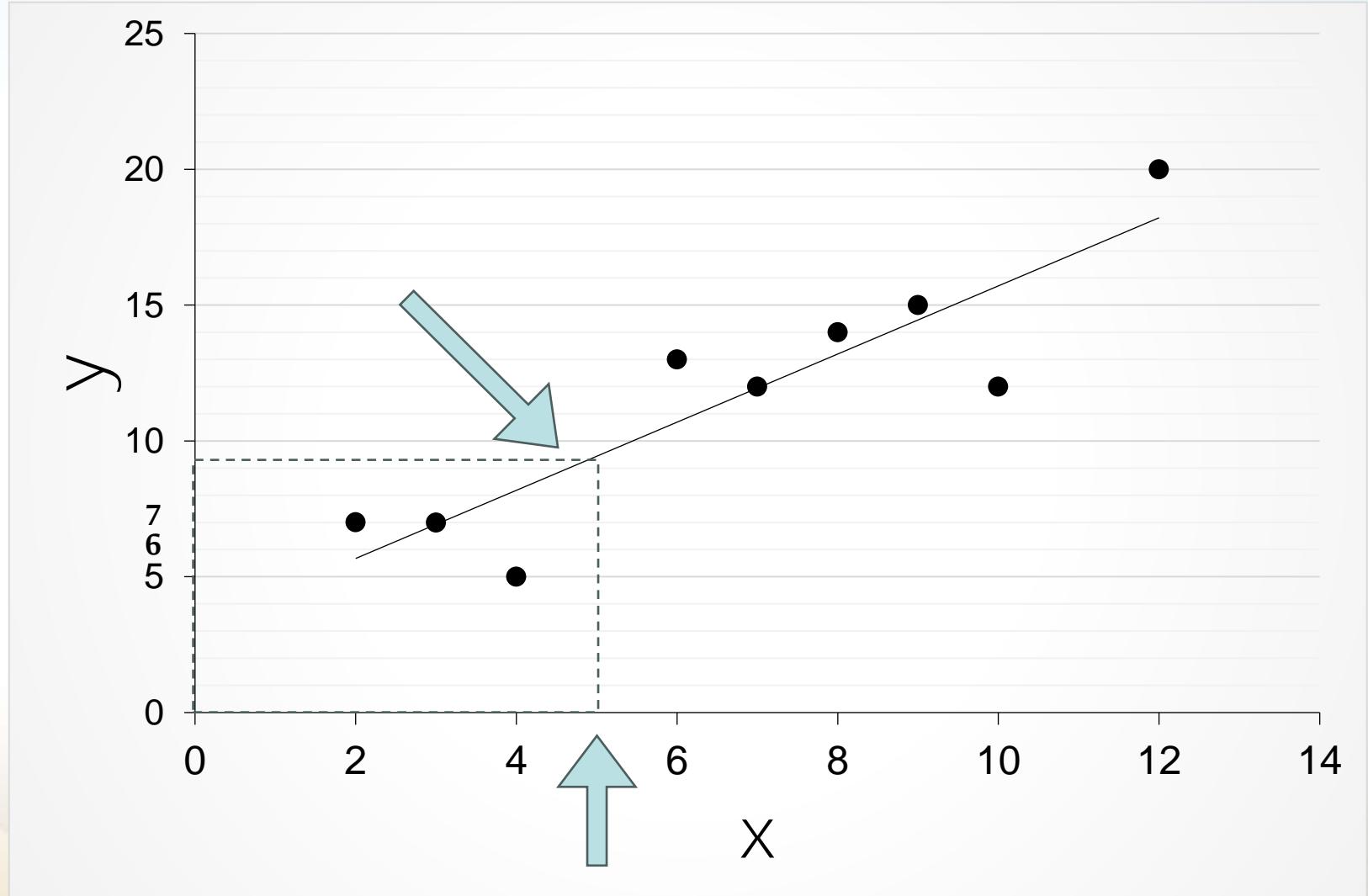
إن كل خط من الخطوط السابقة
يمثل **تقدير y**
بمعنى:

س/ ما هي قيمة y عندما كانت
قيمة $x = 5$ ؟

الجواب: ؟

قيمة y المشاهدة = غير معروفة

بينما قيمة \hat{y} (التقديرية) = 9



معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

حيث: β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

إن كل خط من الخطوط السابقة

يمثل **تقدير** y

بمعنى

س/ ما هي قيمة y عندما كانت

قيمة $x = 5$ ؟

الجواب: ؟

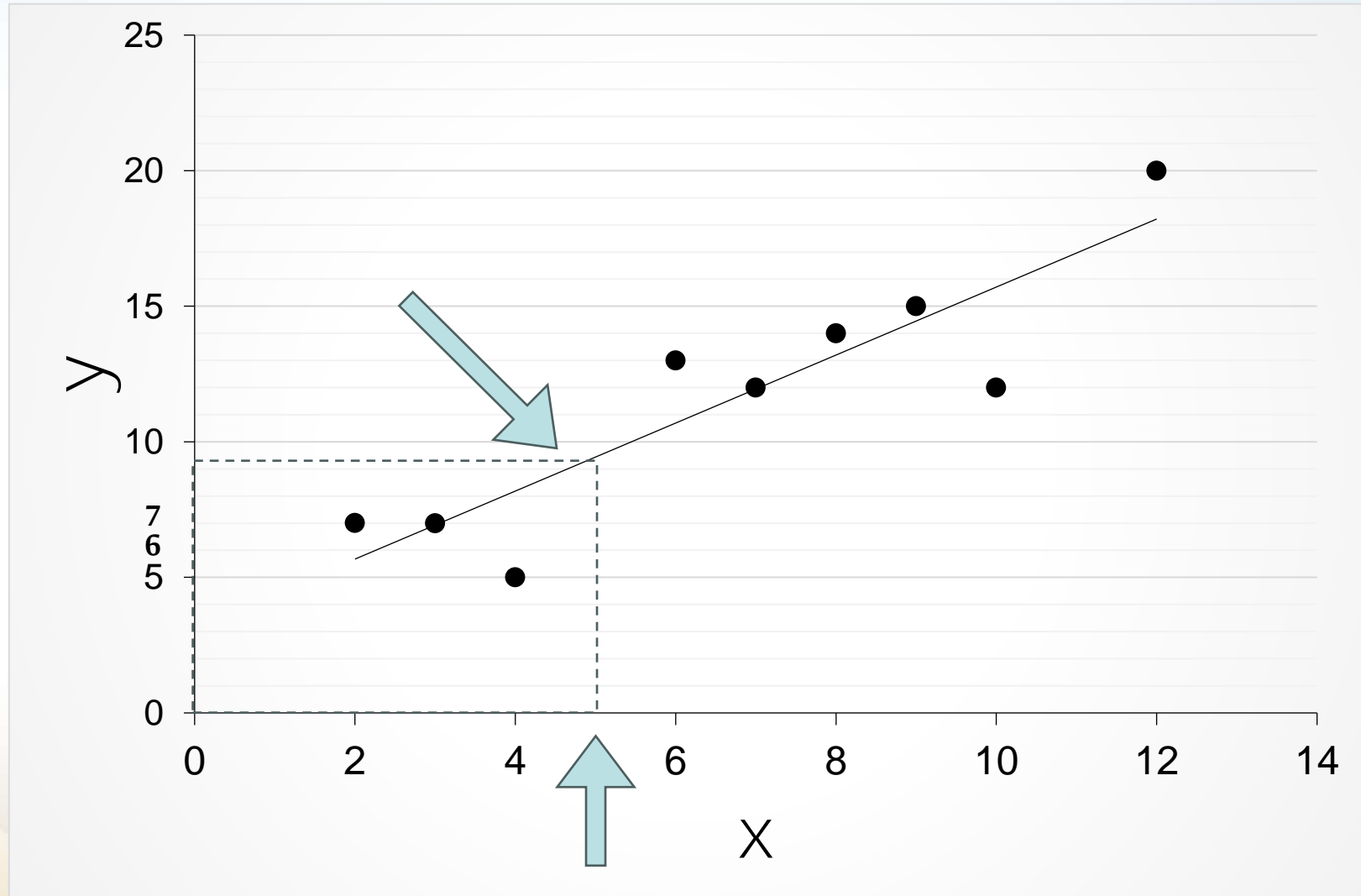
قيمة y المشاهدة $y = 9$

بينما قيمة \hat{y} (التقديرية) $= 9$

وهذا يعني أن الخط المستقيم

يعطينا قيم \hat{y} (المتنبأ بها)

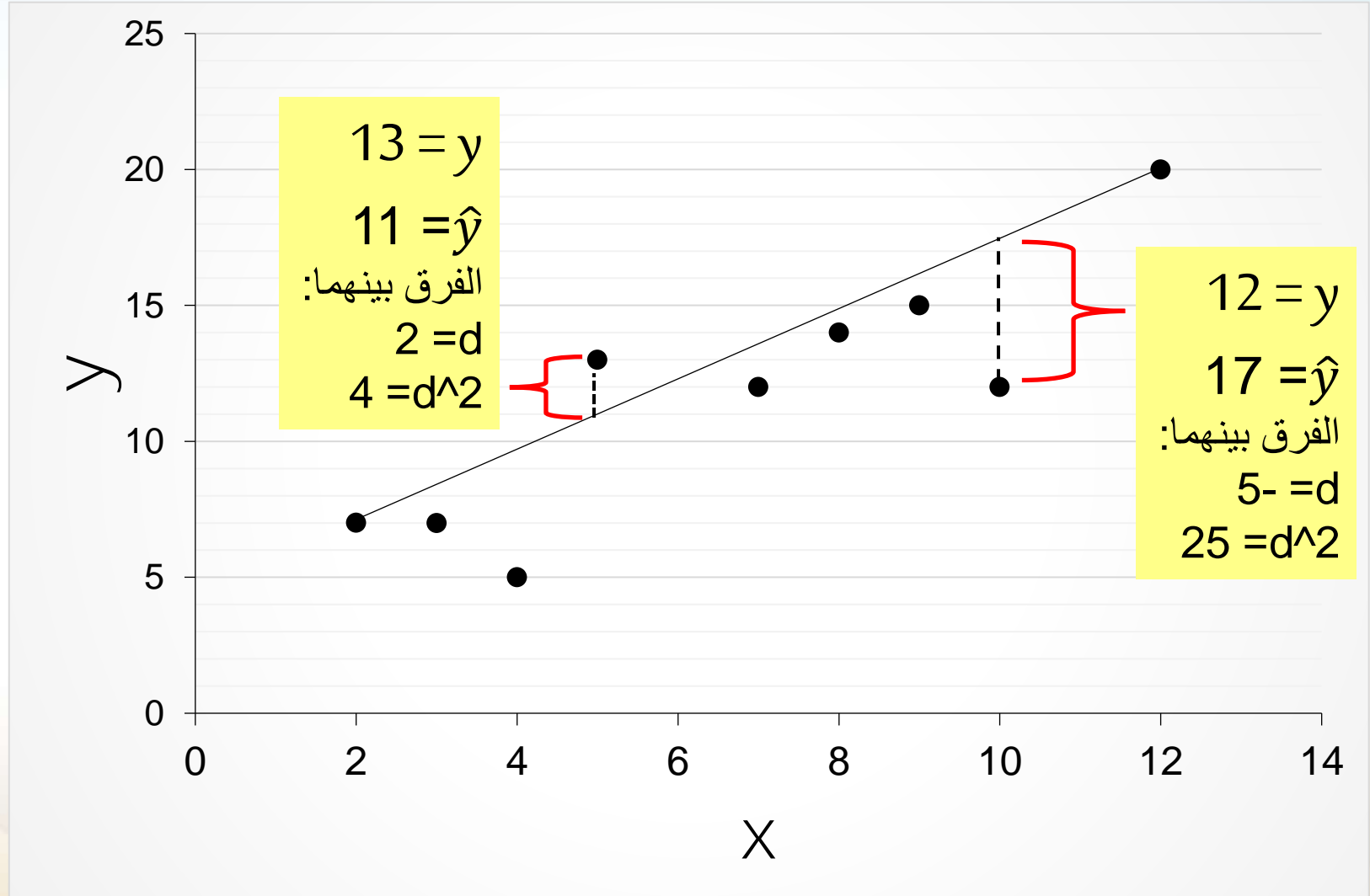
فلا بد من اختيار أفضل ميل له



معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

حيث: β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

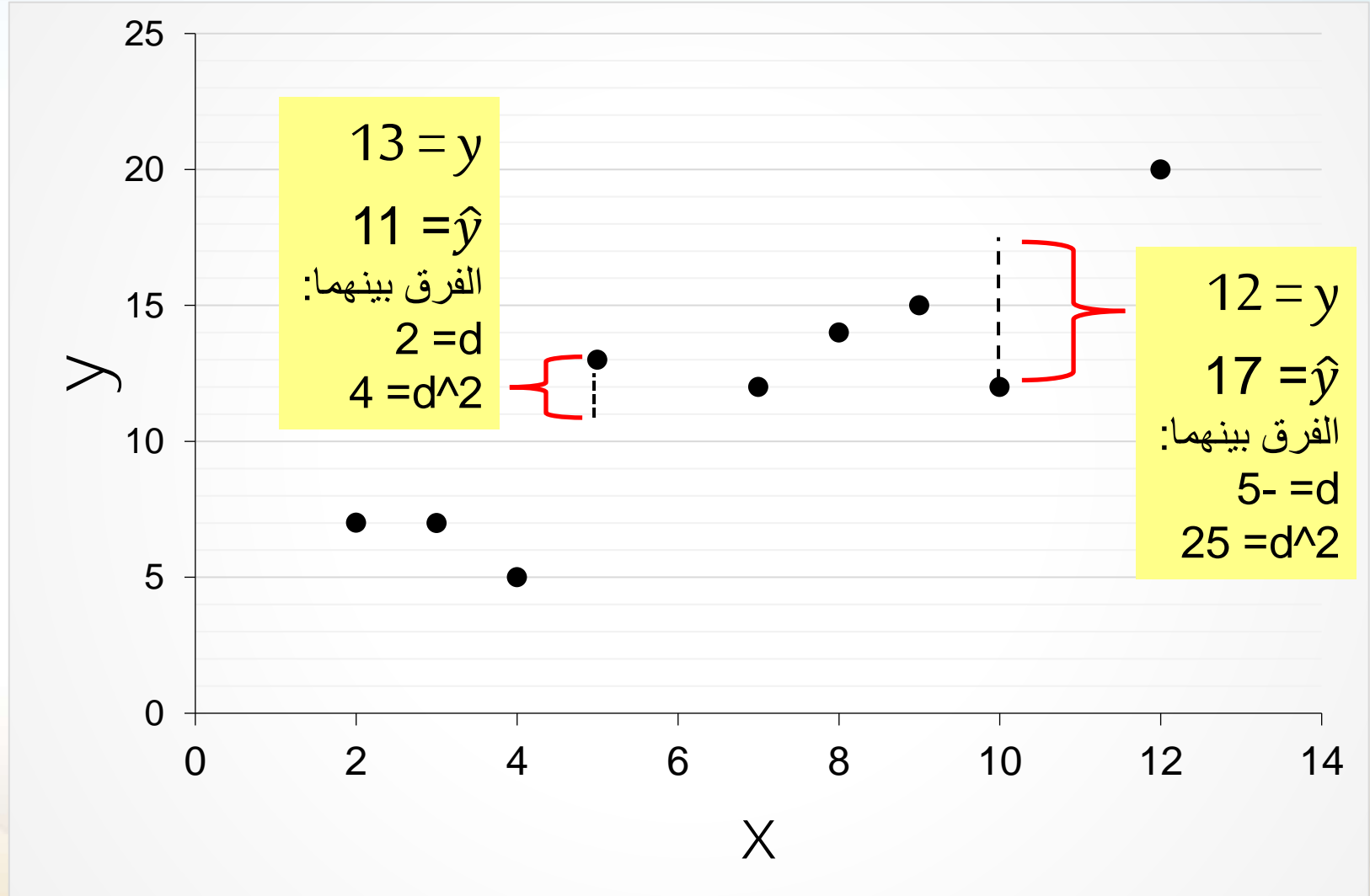
إن أفضل مقدار لميل الخط المستقيم:
هو الذي يعطينا أقل مجموع
للفروقات بين y المشاهدة وبين \hat{y}
التقديرية وتسمى (البواقي أو الأخطاء
العشوائية)
وهذه الطريقة تسمى: بطريقة المربعات
الصغرى
حيث نقوم بتربيع الفروق للوصول إلى
أرقام موجبة يمكن جمعها.
وأقل مجموع يمكن إيجاده هو الذي
يمثل أفضل ميل



معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

حيث: β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

إن أفضل مقدار لميل الخط المستقيم:
هو الذي يعطينا أقل مجموع
للفروقات بين y المشاهدة وبين \hat{y}
التقديرية وتسمى (البواقي أو الأخطاء
العشوائية)
وهذه الطريقة تسمى: بطريقة المربعات
الصغرى
حيث نقوم بتربيع الفروق للوصول إلى
أرقام موجبة يمكن جمعها.
وأقل مجموع يمكن إيجاده هو الذي
يمثل أفضل ميل



معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

حيث: β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

إن أفضل مقدار لميل الخط المستقيم:
هو الذي يعطينا أقل مجموع
للفروقات بين y المشاهدة وبين \hat{y}
التقديرية وتسمى (البواقي أو الأخطاء
العشوائية)
وهذه الطريقة تسمى: بطريقة المربعات
الصغرى
حيث نقوم بتربيع الفروق للوصول إلى
أرقام موجبة يمكن جمعها.
وأقل مجموع يمكن إيجاده هو الذي
يمثل أفضل ميل



معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

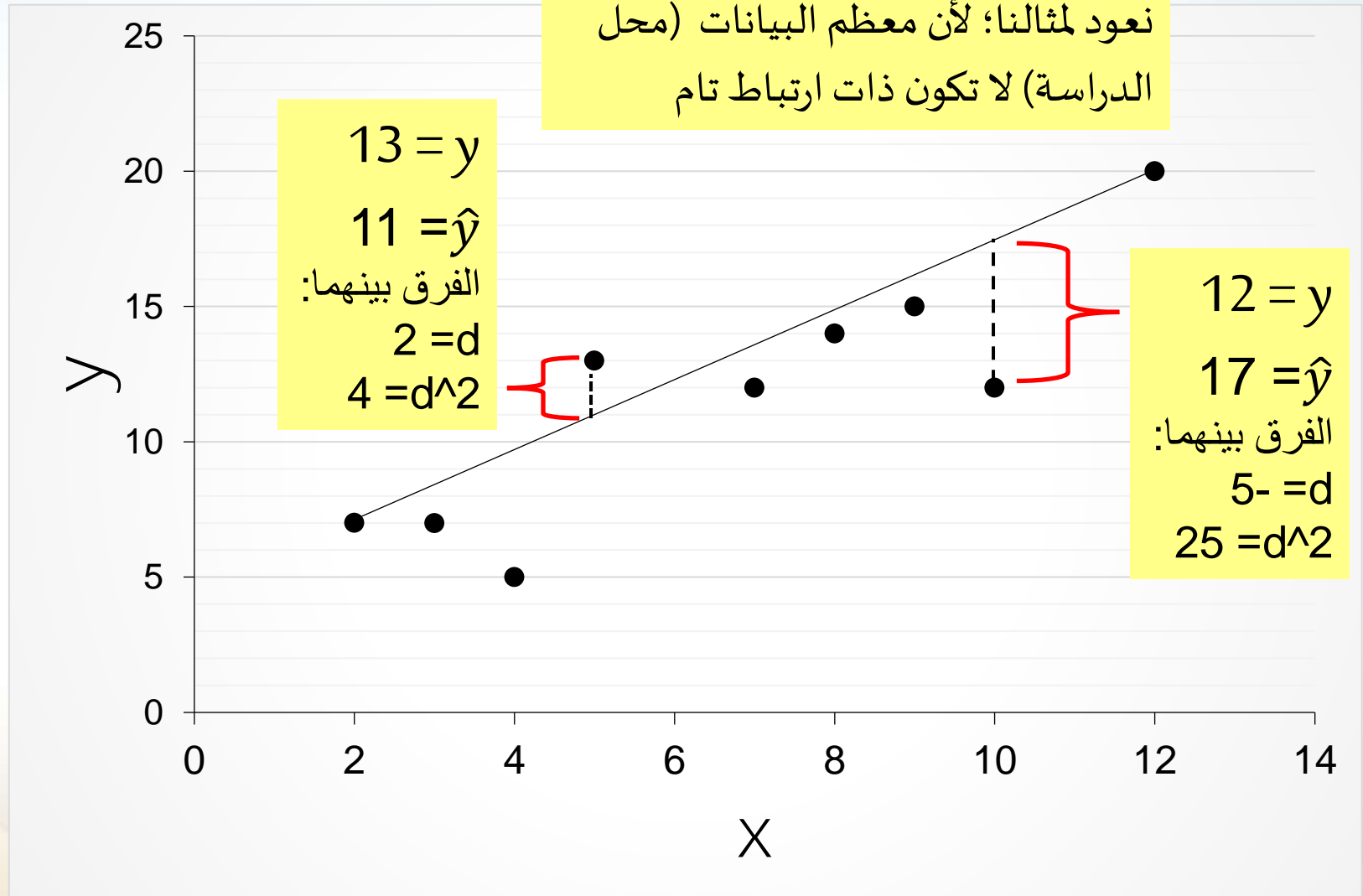
حيث: β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

إن أفضل مقدار لميل الخط المستقيم: هو الذي يعطينا أقل مجموع للفروقات بين y المشاهدة وبين \hat{y} التقديرية وتسمى (البواقي أو الأخطاء العشوائية)

وهذه الطريقة تسمى: بطريقة المربعات الصغرى

حيث نقوم بتربيع الفروق للوصول إلى أرقام موجبة يمكن جمعها.

وأقل مجموع يمكن إيجاده هو الذي يمثل أفضل ميل

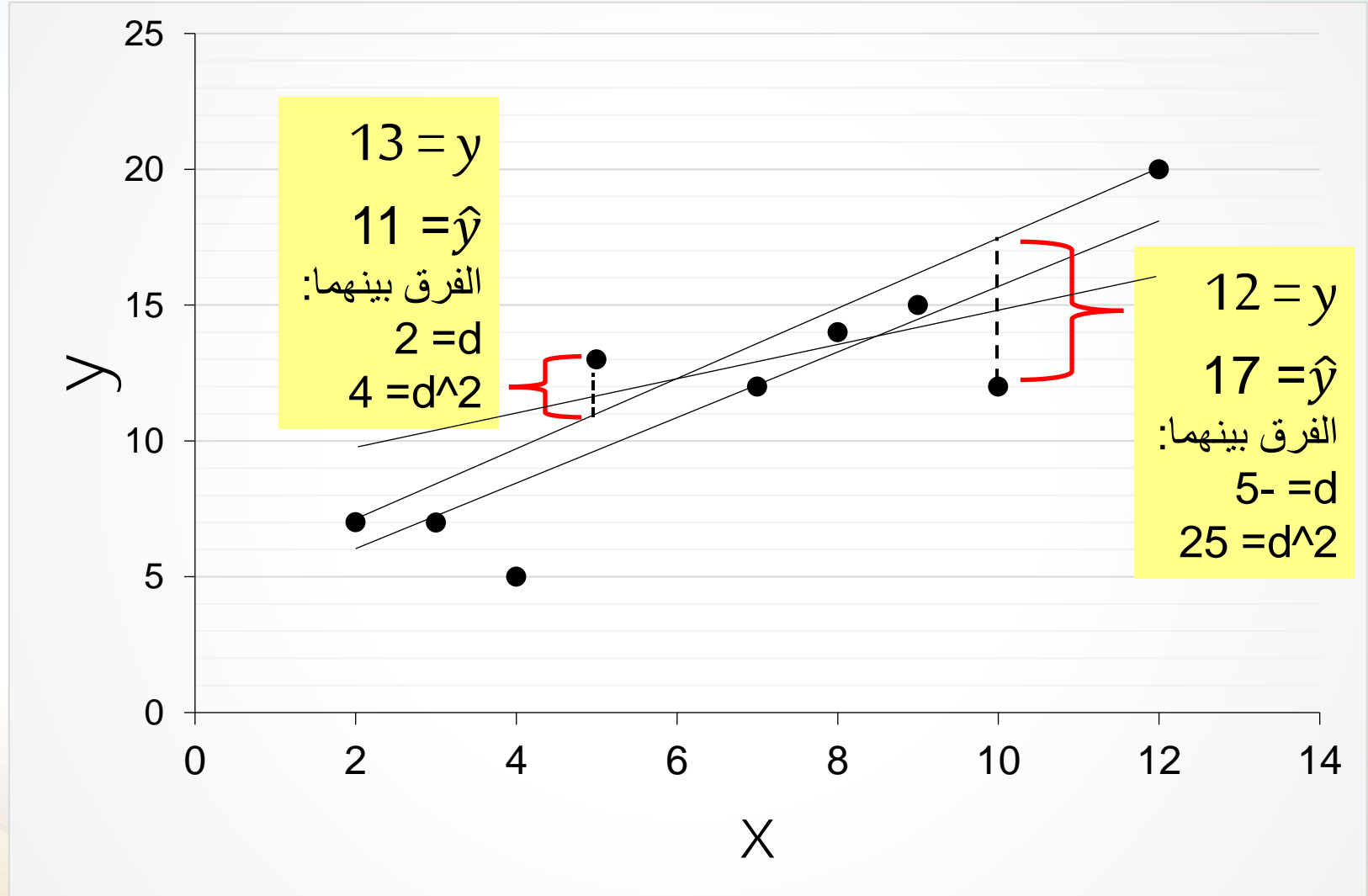


معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

حيث: β هي (معامل الانحدار) أو (مقدار الميل) أو معدل التغير في y . (وتكون موجبة أو سالبة)

إن أفضل مقدار لميل الخط المستقيم:
هو الذي يعطينا أقل مجموع
للفروقات بين y المشاهدة وبين
التقديرية \hat{y}
وهذه الطريقة تسمى: بطريقة المربعات
الصغرى
من خلال معامل الانحدار: يمكن
إيجاد أفضل منحنى، كالتالي:

$$\beta = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$



معادلة الانحدار الخطي البسيط

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

ولتقدير المعلمتين نستخدم طريقة رياضية تسمى (طريقة المربعات الصغرى OLS) والتي تجعل مربعات انحرافات الأخطاء العشوائية المقدرة أقل ما يمكن. وتأخذ شكل المعادلتين التاليتين:

$$\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x} \quad \beta = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

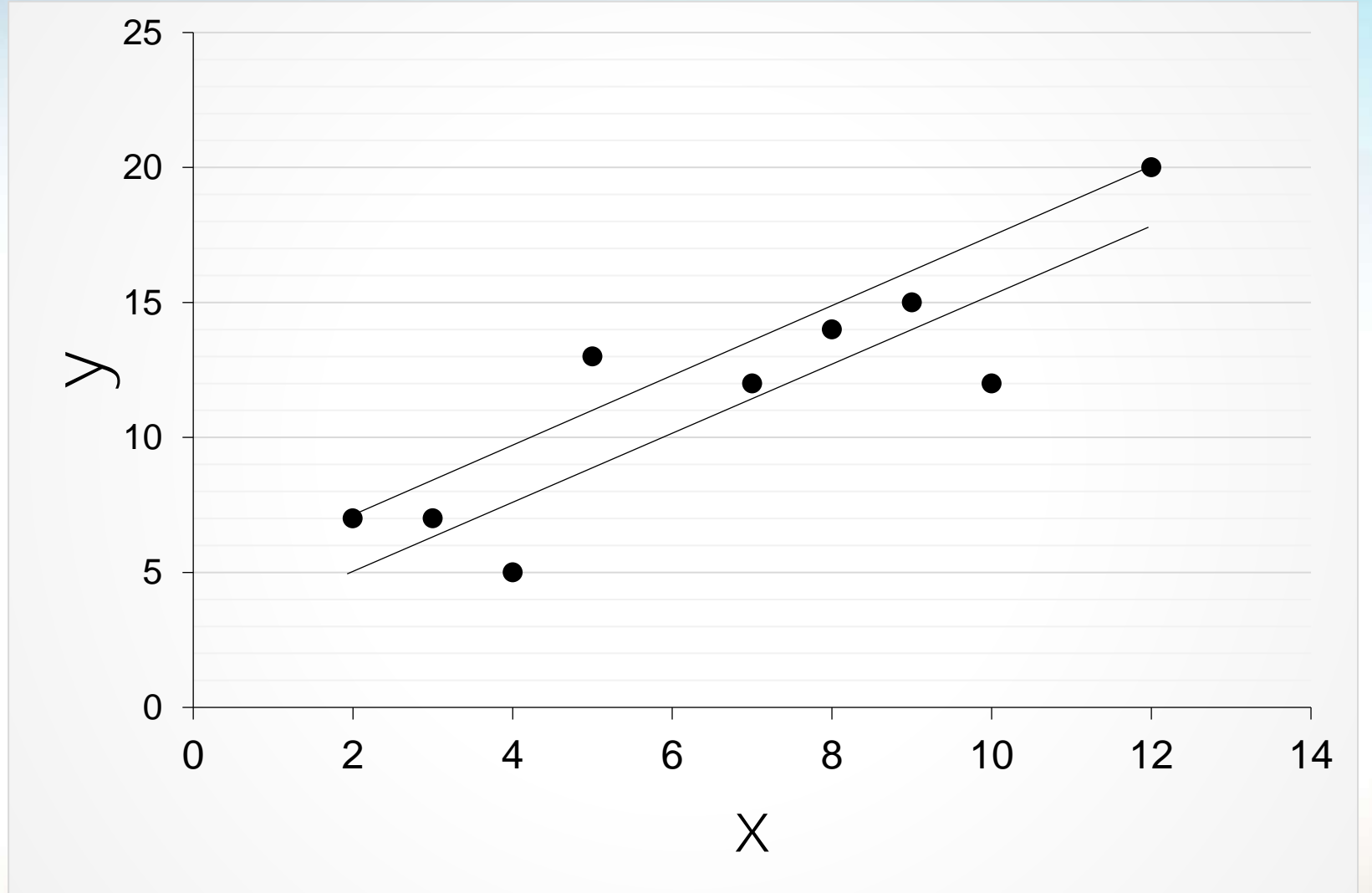
$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

في هذا الشكل الخطان: متوازيان

وفيه توضيح بأن مقدار الميل هنا واحد وهو يوضح معدل التأثير β

بينما نقطة الانطلاق مختلفة، وهو ما نعبّر عنه بثابت الانحدار α ، وهنا يظهر أهميته من خلال هذا الشكل البياني

لذا كلاهما مهمان في حساب معادلة الانحدار وبيان قيمة \hat{y} التقديرية الأفضل



$$\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x}$$

$$\beta = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

معادلة الانحدار الخطي البسيط $\hat{y} = \alpha + \beta x$

حيث: α هي ثابت الانحدار، وتمثل طول الجزء المقطوع من المحور الرأسي، وهي تمثل أيضا قيمة y عندما تكون $x = 0$. (وقد تكون موجبة أو سالبة)

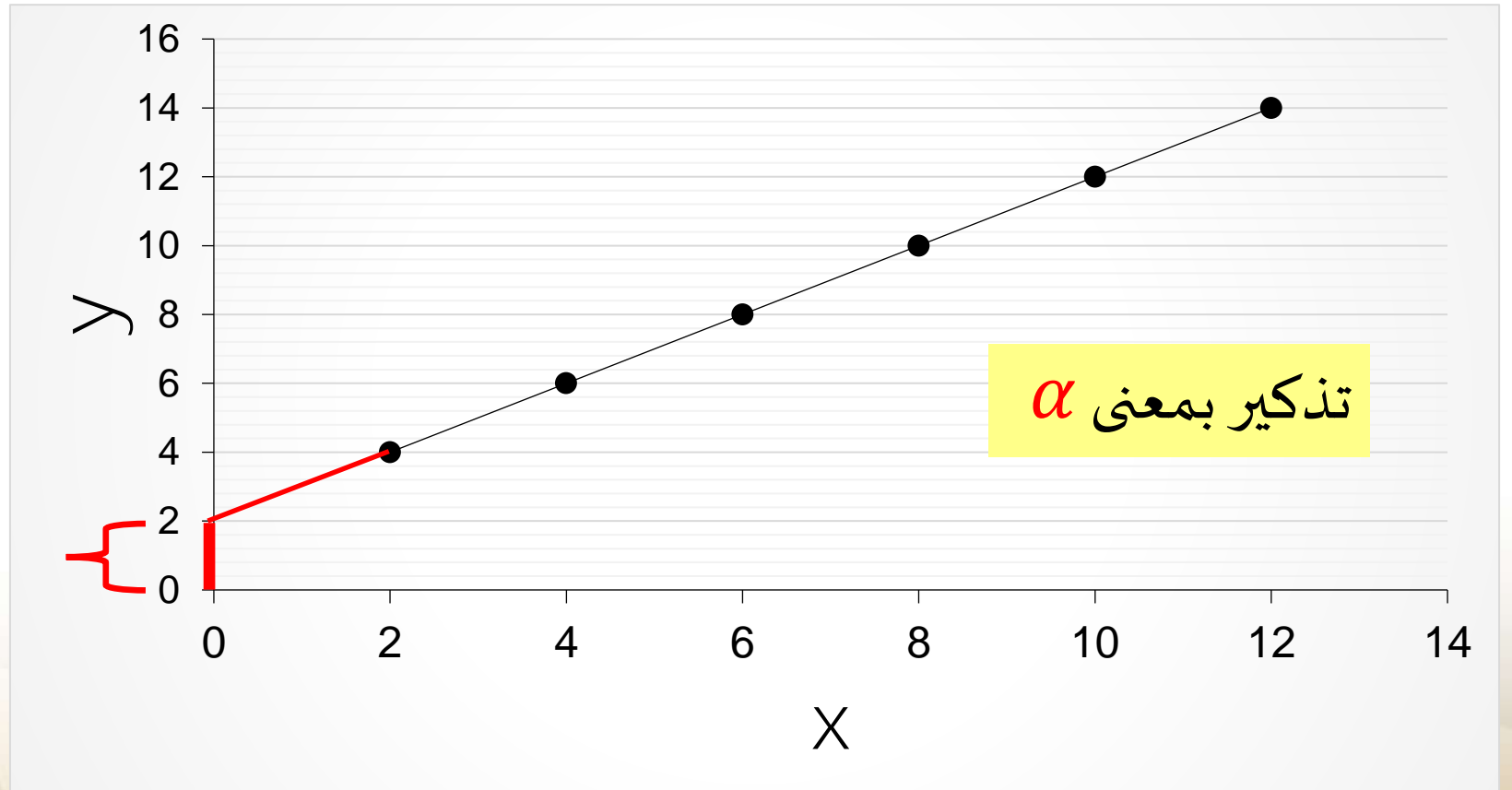
12	10	8	6	4	2	0	X
14	12	10	8	6	4	?	Y

لحساب معادلة الانحدار الخطي:

يجب معرفة طول الجزء المقطوع من المحور الرأسي وإدراجه ضمن المعادلة.

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

$$\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x}$$



مثال (١) على الانحدار الخطي البسيط

البيانات التالية تمثل رأس المال المستثمر (بالمليون ريال) وكمية الإنتاج (بالألف وحدة شهريا):

15	12	10	9	7	5	رأس المال x
19	21	25	22	20	12	كمية الإنتاج y

المطلوب:

- إيجاد معادلة الانحدار مع تفسير العلاقة.
- تقدير كمية الإنتاج في حال كان رأس المال يساوي 11.
- أوجد الدلالة الإحصائية (اختبار المعنوية).

مثال (١) على الانحدار الخطي البسيط

البيانات التالية تمثل رأس المال المستثمر (بالمليون ريال) وكمية الإنتاج (بالألف وحدة شهريا):

15	12	10	9	7	5	رأس المال x
19	21	25	22	20	12	كمية الإنتاج y

المطلوب:

(أ) إيجاد معادلة الانحدار مع تفسير العلاقة.

(ب) تقدير كمية الإنتاج في حال كان رأس المال يساوي 11.

(ج) أوجد الدلالة الإحصائية (اختبار المعنوية).

الحل: من خلال المعادلات السابقة المتعلقة بتحليل الانحدار، نقوم أولاً بإنشاء الجدول التالي وتعبئته:

مثال (١) على الانحدار الخطي البسيط

البيانات التالية تمثل رأس المال المستثمر (بالمليون ريال) وكمية الإنتاج (بالألف وحدة شهريا):

15	12	10	9	7	5	رأس المال x
19	21	25	22	20	12	كمية الإنتاج y

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

المطلوب:

(أ) إيجاد معادلة الانحدار مع تفسير العلاقة.

في حال $x = 0$

(ب) تقدير كمية الإنتاج في حال كان رأس المال يساوي 11. فكم تساوي y؟

$$\alpha =$$

(ج) أوجد الدلالة الإحصائية (اختبار المعنوية).

الحل: من خلال المعادلات السابقة المتعلقة بتحليل الانحدار، نقوم أولاً بإنشاء الجدول التالي وتعبئته:

مثال (١) على الانحدار الخطي البسيط

البيانات التالية تمثل رأس المال المستثمر (بالمليون ريال) وكمية الإنتاج (بالألف وحدة شهريا):

15	12	10	9	7	5	رأس المال x
19	21	25	22	20	12	كمية الإنتاج y

المطلوب:

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

$$\hat{y} = \alpha + \beta(11)$$

(أ) إيجاد معادلة الانحدار مع تفسير العلاقة.

(ب) تقدير كمية الإنتاج في حال كان رأس المال يساوي 11.

(ج) أوجد الدلالة الإحصائية (اختبار المعنوية).

الحل: من خلال المعادلات السابقة المتعلقة بتحليل الانحدار، نقوم أولاً بإنشاء الجدول التالي وتعبئته:

معادلة الانحدار الخطي البسيط

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

ولتقدير المعلمتين نستخدم طريقة رياضية تسمى (طريقة المربعات الصغرى OLS) والتي تجعل مربعات انحرافات الأخطاء العشوائية المقدرة أقل ما يمكن. وتأخذ شكل المعادلتين التاليتين:

$$\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x} \quad \beta = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

مثال (١) على الانحدار الخطي البسيط

الحل: من خلال المعادلات السابقة المتعلقة بتحليل الانحدار، نقوم أولاً بإنشاء الجدول التالي وتعبئته:

رأس المال x	كمية الإنتاج y	xy	x^2
5	12	60	25
7	20	140	49
9	22	198	81
10	25	250	100
12	21	252	144
15	19	285	225
$\sum x =$	$\sum y =$	$\sum xy =$	$\sum x^2 =$
$\bar{x} =$	$\bar{y} =$		

مثال (١) على الانحدار الخطي البسيط

الحل: من خلال المعادلات السابقة المتعلقة بتحليل الانحدار، نقوم أولاً بإنشاء الجدول التالي وتعبئته:

رأس المال x	كمية الإنتاج y	xy	x^2
5	12	60	25
7	20	140	49
9	22	198	81
10	25	250	100
12	21	252	144
15	19	285	225
$\sum x = 58$	$\sum y = 119$	$\sum xy = 1185$	$\sum x^2 = 624$
$\bar{x} = 9.67$	$\bar{y} = 19.83$		

مثال (١) على الانحدار الخطي البسيط

ثانيا: نقوم بتعويض معادلات تحليل الانحدار على النحو التالي:

$$\beta = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} =$$

$$\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x} =$$

مثال (١) على الانحدار الخطي البسيط

ثانيا: نقوم بتعويض معادلات تحليل الانحدار على النحو التالي:

$$\beta = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{6(1185) - (58)(119)}{6(624) - (58)^2} =$$

$$\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x} =$$

مثال (١) على الانحدار الخطي البسيط

ثانيا: نقوم بتعويض معادلات تحليل الانحدار على النحو التالي:

$$\beta = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{6(1185) - (58)(119)}{6(624) - (58)^2} = \frac{7110 - 6902}{3744 - 3364} = \frac{208}{380} \cong 0.547$$

$$\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x} =$$

مثال (١) على الانحدار الخطي البسيط

ثانيا: نقوم بتعويض معادلات تحليل الانحدار على النحو التالي:

$$\beta = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{6(1185) - (58)(119)}{6(624) - (58)^2} = \frac{7110 - 6902}{3744 - 3364} = \frac{208}{380} \cong 0.547$$

$$\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x} = 19.83 - 0.547(9.67) =$$

مثال (١) على الانحدار الخطي البسيط

ثانيا: نقوم بتعويض معادلات تحليل الانحدار على النحو التالي:

$$\beta = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{6(1185) - (58)(119)}{6(624) - (58)^2} = \frac{7110 - 6902}{3744 - 3364} = \frac{208}{380} \cong 0.547$$

$$\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x} = 19.83 - 0.547 (9.67) = 19.83 - 5.29 \cong 14.54$$

مثال (١) على الانحدار الخطي البسيط

ثانياً: نقوم بتعويض معادلات تحليل الانحدار على النحو التالي:

$$\beta = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{6(1185) - (58)(119)}{6(624) - (58)^2} = \frac{7110 - 6902}{3744 - 3364} = \frac{208}{380} \cong 0.547$$

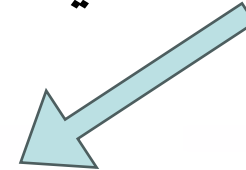
$$\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x} = 19.83 - 0.547(9.67) = 19.83 - 5.29 \cong 14.54$$

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

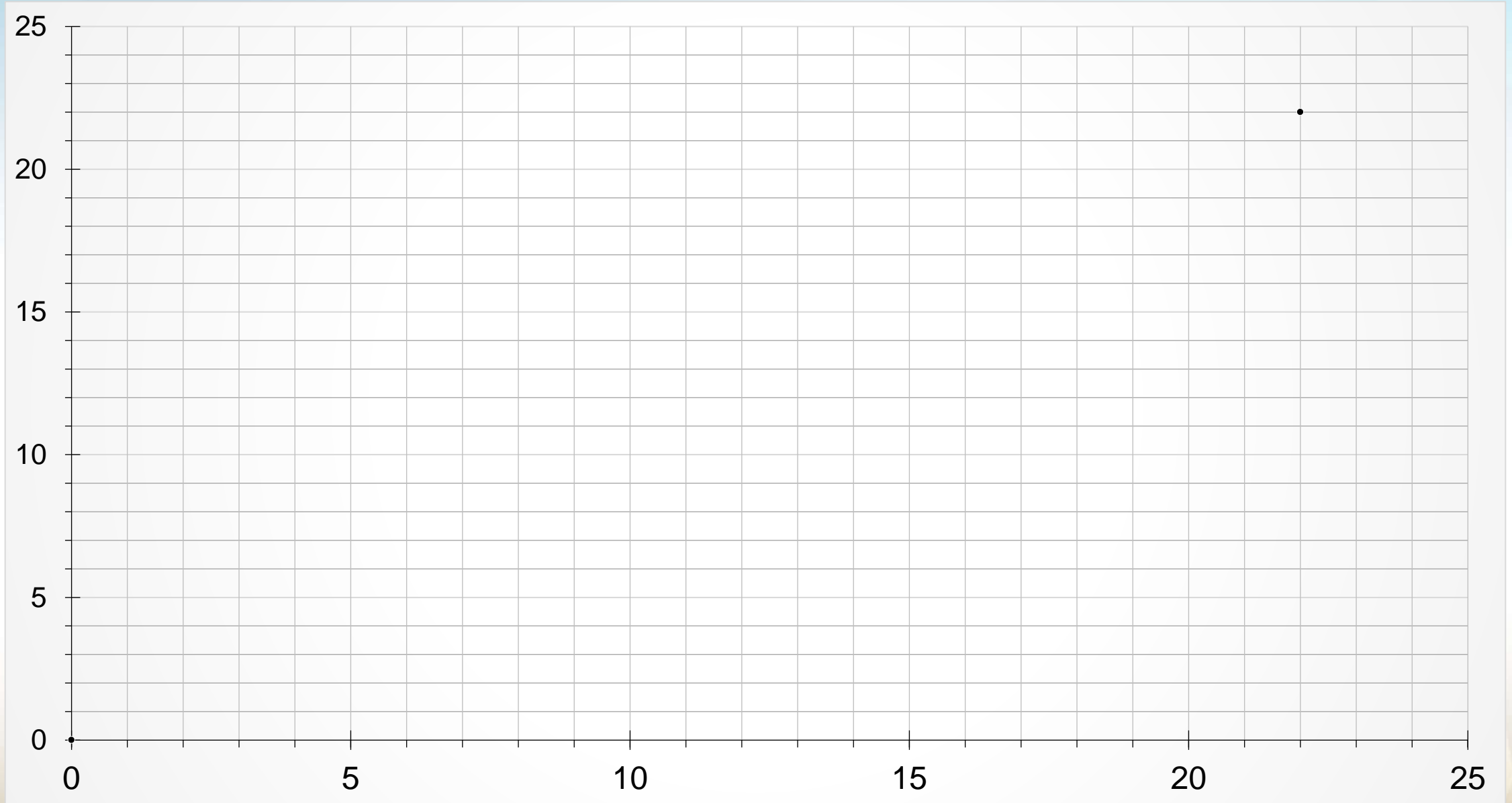
=

$$\hat{y} = 14.54 + 0.547 x$$

(أ) إذا معادلة الانحدار هي:



معادلة الانحدار الخطي البسيط



مثال (١) على الانحدار الخطي البسيط

البيانات التالية تمثل رأس المال المستثمر (بالمليون ريال) وكمية الإنتاج (بالألف وحدة شهريا):

15	12	10	9	7	5	رأس المال x
19	21	25	22	20	12	كمية الإنتاج y

المطلوب:

- إيجاد معادلة الانحدار مع تفسير العلاقة.
- تقدير كمية الإنتاج في حال كان رأس المال يساوي 11.
- أوجد الدلالة الإحصائية (اختبار المعنوية).

مثال (١) على الانحدار الخطي البسيط

(أ) إيجاد معادلة الانحدار الخطي البسيط مع تفسير العلاقة.

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

=

$$\hat{y} = 14.54 + 0.547 x$$

تفسير العلاقة: بما أن معامل الانحدار يساوي (0.547) والذي يمثل التغير في كمية الإنتاج y عندما يتغير رأس المال x بوحدة واحدة، وبما أن إشارة المعامل موجبة فهذا يعني أن زيادة وحدة واحدة (بمقدار مليون ريال) في رأس المال سيؤدي إلى زيادة كمية الإنتاج بمقدار (0.547) ألف ريال.

مثال (١) على الانحدار الخطي البسيط

(أ) إيجاد معادلة الانحدار الخطي البسيط مع تفسير العلاقة.

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

=

$$\hat{y} = 14.54 + 0.547 x$$

(ب) تقدير كمية الإنتاج في حال كان رأس المال يساوي 11:

$$\begin{aligned}\hat{y} &= 14.54 + 0.547(11) \\ &= 20.56\end{aligned}$$

مثال (٢) على الانحدار الخطي البسيط

البيانات التالية تمثل رأس المال المستثمر (بالمليون ريال) وكمية الإنتاج (بالألف وحدة شهريا):

15	13	12	4	8	4	رأس المال x
22	18	15	6	12	5	كمية الإنتاج y

المطلوب:

- إيجاد معادلة الانحدار مع تفسير العلاقة.
- تقدير كمية الإنتاج في حال كان رأس المال يساوي 11.
- أوجد الدلالة الإحصائية (اختبار المعنوية).

علاقة معامل الانحدار بمعامل الارتباط

علاقة معامل الانحدار β بمعامل الارتباط r :

القانون التالي يوضح العلاقة بين معامل الانحدار ومعامل الارتباط، حيث يمكن إيجاد معامل الانحدار إذا تم حساب معامل الارتباط من خلال القانون:

$$\beta = r \frac{s_y}{s_x}$$

حيث: r هو معامل الارتباط بين المتغيرين x ، y ويمكن إيجاده من خلال معامل ارتباط بيرسون.

s_x هو الانحراف المعياري لقيم x .

s_y هو الانحراف المعياري لقيم y .

إعادة

مثال (١) على الانحدار الخطي البسيط

البيانات التالية تمثل رأس المال المستثمر (بالمليون ريال) وكمية الإنتاج (بالألف وحدة شهريا):

15	12	10	9	7	5	رأس المال x
19	21	25	22	20	12	كمية الإنتاج y

المطلوب:

- إيجاد معادلة الانحدار مع تفسير العلاقة.
- تقدير كمية الإنتاج في حال كان رأس المال يساوي 11.
- أوجد الدلالة الإحصائية (اختبار المعنوية).

مثال (٢) على الانحدار الخطي البسيط

البيانات التالية تمثل رأس المال المستثمر (بالمليون ريال) وكمية الإنتاج (بالألف وحدة شهريا):

15	13	12	4	8	4	رأس المال x
22	18	15	6	12	5	كمية الإنتاج y

المطلوب:

- (أ) إيجاد معادلة الانحدار مع تفسير العلاقة.
(ب) تقدير كمية الإنتاج في حال كان رأس المال يساوي 14.
(ج) أوجد الدلالة الإحصائية (اختبار المعنوية).

$$\hat{y} = -0.078 + 1.40(14) \\ = 19.54$$

مثال (٣) على الانحدار الخطي البسيط

البيانات التالية تمثل رأس المال المستثمر (بالمليون ريال) وكمية الإنتاج (بالألف وحدة شهريا):

29	25	22	20	12	6	رأس المال x
30	33	28	21	15	10	كمية الإنتاج y

المطلوب:

- إيجاد معادلة الانحدار مع تفسير العلاقة.
- تقدير كمية الإنتاج في حال كان رأس المال يساوي 21.
- أوجد الدلالة الإحصائية (اختبار المعنوية).

مثال (٣) على الانحدار الخطي البسيط

البيانات التالية تمثل رأس المال المستثمر (بالمليون ريال) وكمية الإنتاج (بالألف وحدة شهريا):

29	25	22	20	12	6	رأس المال x
30	33	28	21	15	10	كمية الإنتاج y

المطلوب:

- إيجاد معادلة الانحدار مع تفسير العلاقة.
- تقدير كمية الإنتاج في حال كان رأس المال يساوي 21.
- أوجد الدلالة الإحصائية (اختبار المعنوية).

$$\hat{y} = 3.62 + 1.01(21) = 24.86$$

قم بحل التمارين الموجودة في الموقع الالكتروني

app-fa.com/statistics

ووصول نسبة الإنجاز إلى ١٠٠%

شكرا لكم

شكر الله لكم حسن استماعكم ومتابعتكم