



مقرر الإحصاء

إعداد

د. فهد بن محمد بكر عابد

الأستاذ المشارك بقسم الاقتصاد _ كلية الأنظمة والاقتصاد

بالجامعة الإسلامية بالمدينة المنورة

مقاييس النزعة المركزية

◇ الوسط الحسابي

◇ الوسيط

◇ المنوال

◇ الوسط الهندسي

◇ الوسط التوافقي

مقاييس النزعة المركزية

مقاييس النزعة المركزية

نقصد بمقاييس النزعة المركزية (Measures of Central Tendency) تلك القيم الوسطى التي توضح القيمة التي تجمع أكبر عدد من القيم الخاصة بمجموعة معينة عندها، أو هي تلك الدرجة التي يمكن أن تعتبر ممثلة لكافة الدرجات الموجودة في تلك المجموعة.

مقاييس النزعة المركزية

ولتحديد القيمة المتوسطة للتوزيع يوجد هناك عدة مقاييس، أهمها: المنوال، الوسيط، الوسط الحسابي، الوسط الهندسي، الوسط التوافقي.

ولمقاييس النزعة المركزية أهمية كبيرة عند معرفتها، منها:

- ١- النظر إلى الرقم المتوسط يكفي لمعرفة الكثير عن خصائص هذه المجموعة.
- ٢- إمكانية المقارنة بين عدة مجموعات في وقت واحد.

الوسط الحسابي

Mean **الوسط الحسابي**

الوسط الحسابي أو المتوسط لمجموعة من القيم:

هو مجموع هذه القيم مقسوما على عددها.

مثال: درجات أربعة من الطلاب على النحو الآتي: ٢٠ ، ١٩ ، ١٦ ، ١٨

$$\frac{18 + 16 + 19 + 20}{4} = 18.25$$

Mean **الوسط الحسابي**

الوسط الحسابي أو المتوسط لمجموعة من القيم:

هو مجموع هذه القيم مقسوما على عددها.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

ويُرمز للوسط الحسابي بـ \bar{x}

ويُرمز لعدد القيم بـ n

ويُرمز للقيم بـ $x_1 x_2 x_3$

سؤال ١

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

الوسط الحسابي Mean

٢٣	٢٠	١٨	١٩	٢٤	٢١
----	----	----	----	----	----

مثال ١: أعمار عينة من الطلاب هي:
أوجد قيمة الوسط الحسابي.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

الوسط الحسابي Mean

٢٣	٢٠	١٨	١٩	٢٤	٢١
----	----	----	----	----	----

مثال ١: أعمار عينة من الطلاب هي:

أوجد قيمة الوسط الحسابي.

مجموع القيم (٢٣ + ٢٠ + ١٨ + ١٩ + ٢٤ + ٢١) ÷ عدد القيم ٦ = الوسط الحسابي

مجموع القيم ١٢٥ ÷ عدد القيم ٦ = الوسط الحسابي

الوسط الحسابي = ٢٠٫٨٣

الوسط الحسابي Mean

٢٣	٢٠	١٨	١٩	٢٤	٢١
----	----	----	----	----	----

مثال ١: أعمار عينة من الطلاب هي:
أوجد قيمة الوسط الحسابي.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{23 + 20 + 18 + 19 + 24 + 21}{6}$$

$$\bar{x} = \frac{125}{6}$$

$$\text{الوسط الحسابي} = 20,8\bar{3}$$

سؤال ٢

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

الوسط الحسابي Mean

مثال ٢: إذا كانت درجات ٥ طلاب في مقرر ما، لاختبار محدد من ٢٠ درجة:

٩	٢	٧	١٢	١٠
---	---	---	----	----

فما هو الوسط الحسابي لدرجات هؤلاء الطلاب؟

الوسط الحسابي Mean

مثال ٢: إذا كانت درجات ٥ طلاب في مقرر ما، لاختبار محدد من ٢٠ درجة:

٩	٢	٧	١٢	١٠
---	---	---	----	----

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{9 + 2 + 7 + 12 + 10}{5} = \text{---} =$$

سؤال ٣

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

الوسط الحسابي Mean

مثال ٣: البيانات التالية تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحلات التجارية خلال عام

١٤٤٥. بالألف ريال، والمطلوب حساب الوسط الحسابي للمبيعات:

الشهر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

الوسط الحسابي Mean

مثال ٣: البيانات التالية تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحلات التجارية خلال عام

١٤٤٥ هـ بالألف ريال، والمطلوب حساب الوسط الحسابي للمبيعات:

الشهر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \text{-----} = \text{-----} =$$

الوسط الحسابي Mean

تعقيب: من خلال الأمثلة السابقة يمكن ملاحظة الآتي:

- يمكن تحديد قيمة الوسط الحسابي بالضبط.
- طريقة تحديده سهلة.
- يأخذ في الاعتبار جميع البيانات.
- لا يتأثر بترتيب البيانات.
- لا يُشترط أن يكون الوسط الحسابي أو القيم عددا صحيحا.

الوسط الحسابي Mean

تعقيب: من خلال الأمثلة السابقة يمكن ملاحظة الآتي:

- يمكن تحديد قيمة الوسط الحسابي بالضبط.

- طريقة تحديده سهلة.

- يأخذ في الاعتبار جميع البيانات.

- لا يتأثر بترتيب البيانات.

- لا يُشترط أن يكون الوسط الحسابي أو القيم عددا صحيحا.

$$\bar{x} = \frac{23 + 20 + 18 + 19 + 24 + 21}{6}$$

$$20.83 = \frac{125}{6}$$

Mean الوسط الحسابي

لاحظ الفرق بين المثالين التاليين:

$$\frac{10 + 15 + 12 + 13 + 900}{5} = 190$$

$$\frac{10 + 15 + 12 + 13 + 9}{5} = 11.8$$

الوسط الحسابي Mean

تعقيب: من خلال الأمثلة السابقة يمكن ملاحظة الآتي:

- يتأثر بالقيم المتطرفة

الوسط الحسابي Mean

تعقيب: من خلال الأمثلة السابقة يمكن ملاحظة الآتي:

- يتأثر بالقيم المتطرفة

- إذا أضفنا عددا ثابتا c لكل قيمة من قيم البيانات، فإن:

الوسط الحسابي الجديد = الوسط الحسابي القديم + العدد الثابت c

الوسط الحسابي Mean

تعقيب: من خلال الأمثلة السابقة يمكن ملاحظة الآتي:

- إذا أضفنا عددا ثابتا c لكل قيمة من قيم البيانات، فإن:

الوسط الحسابي الجديد = الوسط الحسابي القديم + العدد الثابت c

في حال أراد المعلم زيادة درجات الطلاب ليكون المتوسط الحسابي أكثر من ١٥

وقرر زيادة درجات إضافية لكل طالب، فهل هناك حاجة لحساب مجموع الدرجات في كل زيادة؟

$$\frac{10 + 15 + 12 + 13 + 9}{5} = 11.8$$

الوسط الحسابي Mean

تعقيب: من خلال الأمثلة السابقة يمكن ملاحظة الآتي:

- يتأثر بالقيم المتطرفة

- إذا أضفنا عددا ثابتا c لكل قيمة من قيم البيانات، فإن:

الوسط الحسابي الجديد = الوسط الحسابي القديم + العدد الثابت c

$$\frac{10 + 15 + 12 + 13 + 9}{5} = 11.8$$

$$11.8 + 5 = 16.8$$

الوسط الحسابي Mean

تعقيب: من خلال الأمثلة السابقة يمكن ملاحظة الآتي:

- يتأثر بالقيم المتطرفة

- إذا **ضربنا** عددا ثابتا c لكل قيمة من قيم البيانات، فإن:

الوسط الحسابي الجديد = الوسط الحسابي القديم \times العدد الثابت c

الوسط الحسابي Mean

تعقيب: من خلال الأمثلة السابقة يمكن ملاحظة الآتي:

- يتأثر بالقيم المتطرفة
- إذا ضربنا عددا ثابتا c لكل قيمة من قيم البيانات، فإن:
الوسط الحسابي الجديد = الوسط الحسابي القديم \times العدد الثابت c
- المجموع الجبري لانحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفرا.

الوسط الحسابي Mean

المجموع الجبري لانحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفرا.

$$\frac{10 + 15 + 12 + 13 + 9}{5} = 11.8$$

القيم	حساب الانحراف أو الفرق بطرح كل قيمة من الوسط الحسابي	الوسط الحسابي	مقدار انحراف كل قيمة عن الوسط الحسابي
10	-	11.8	
15	-	11.8	
12	-	11.8	
13	-	11.8	
9	-	11.8	
			0

الوسط الحسابي Mean

المجموع الجبري لانحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفرا.

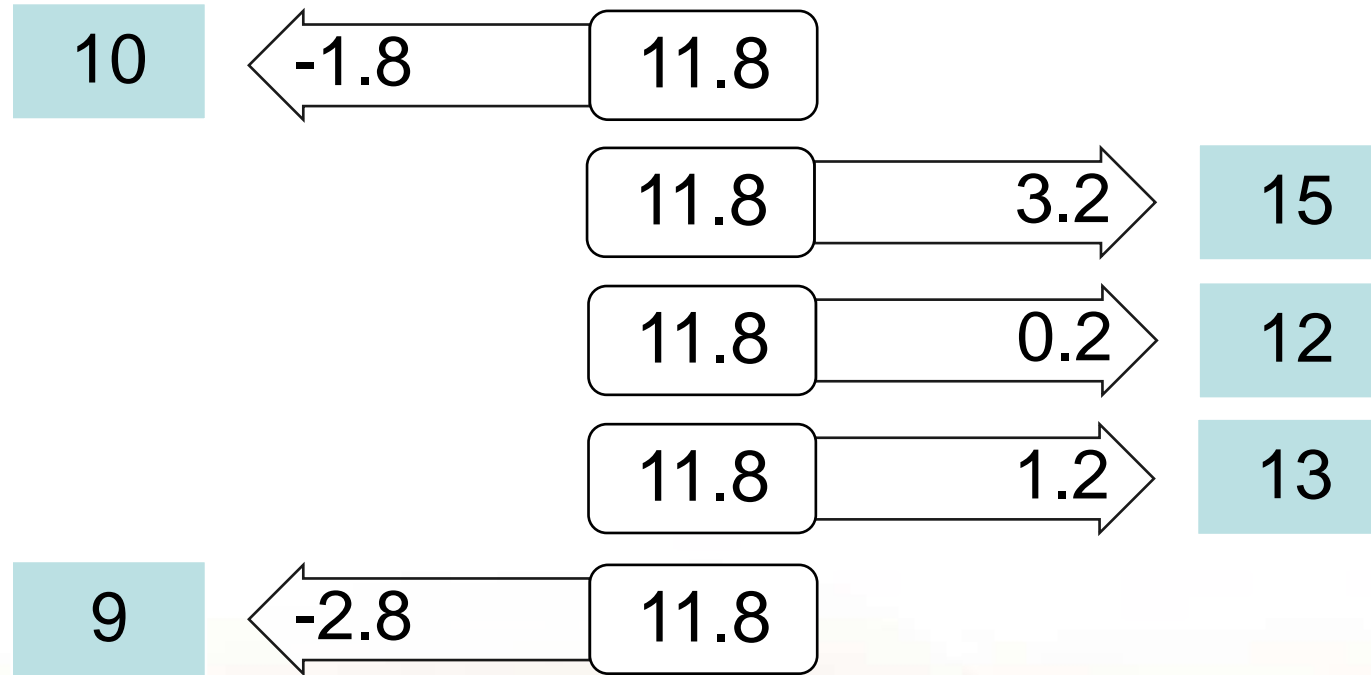
$$\frac{10 + 15 + 12 + 13 + 9}{5} = 11.8$$

القيم	حساب الانحراف أو الفرق بطرح كل قيمة من الوسط الحسابي	الوسط الحسابي	مقدار انحراف كل قيمة عن الوسط الحسابي
10	-	11.8	-1.8
15	-	11.8	3.2
12	-	11.8	0.2
13	-	11.8	1.2
9	-	11.8	-2.8
			0

Mean الوسيط الحسابي

المجموع الجبري لانحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفرا.

$$\frac{10 + 15 + 12 + 13 + 9}{5} = 11.8$$



الوسط الحسابي Mean

- المجموع الجبري لانحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفرا.

$$\frac{10 + 15 + 12 + 13 + 9}{5} = 11.8$$

القيم	حساب الانحراف أو الفرق ب طرح كل قيمة من الوسط الحسابي	الوسط الحسابي	مقدار انحراف كل قيمة عن الوسط الحسابي
10	-	11.8	-1.8
15	-	11.8	3.2
12	-	11.8	0.2
13	-	11.8	1.2
9	-	11.8	-2.8
			0

"المجموع الجبري"
يجب أن يكون
مجموع انحرافات
القيم عن وسطها
الحسابي يساوي
صفرا

الوسط الحسابي Mean

مزايا الوسط الحسابي:

- إذا كان توزيع البيانات توزيعا طبيعيا، فإن المتوسط الحسابي أفضل المقاييس للنزعة المركزية.
- يدخل في حسابه جميع القيم، دون إهمال أي قيمة منها.
- أكثر المقاييس استخداما وأسهلها فهما؛ وذلك نتيجة لسهولة حسابه.

الوسط الحسابي Mean

عيوب الوسط الحسابي:

- لا يمكن إيجاده بالرسم. يعني أن الوسط الحسابي لا يمكن تحديده أو استخلاصه مباشرة باستخدام التمثيلات البيانية (مثل المدرجات التكرارية أو المخططات الدائرية أو الأعمدة)، بل يحتاج إلى حساب رياضي دقيق باستخدام القيم العددية.
- يتأثر بالقيم المتطرفة الشاذة قلة أو كثرة. وبالتالي لا يمثل المتوسط الواقعي للبيانات.
- قد لا يساوي عددا صحيحا، أي يمكن أن نجد متوسط عدد الأطفال = ٣,٥ (مجازيا).

الوسيط

الوسيط Median

الوسيط Median ويرمز له بالرمز M

الوسيط: هو القيمة المفردة التي تقع في منتصف البيانات وذلك بعد ترتيبها ترتيبا تصاعديا أو تنازليا.

الوسيط Median

الوسيط Median ويرمز له بالرمز M

الوسيط: هو القيمة المفردة التي تقع في منتصف البيانات وذلك بعد ترتيبها ترتيبا

تصاعديا أو تنازليا.

أوجد القيمة الوسيطة للبيانات التالية:

(أ) ١٢ ، ١٧ ، ١٤ ، ١٩ ، ٢١ ، ١٦ ، ٢١ (عدد فردي من القيم)

(ب) ٦٧ ، ٥٦ ، ٦٢ ، ٧١ ، ٦٦ ، ٥٨ ، ٥١ ، ٤٨ (عدد زوجي من القيم)

الوسيط Median

أوجد القيمة الوسيطة للبيانات التالية:

(أ) ١٢ ، ١٧ ، ١٤ ، ١٩ ، ٢١ ، ١٦ ، ٢١ (عدد فردي من القيم)

(ب) ٤٨ ، ٥١ ، ٥٨ ، ٦٦ ، ٧١ ، ٦٢ ، ٥٦ ، ٦٧ (عدد زوجي من القيم)

في البداية لا بد من ترتيب البيانات تصاعديا أو تنازليا.

١٢ ، ١٤ ، ١٦ ، ١٧ ، ١٩ ، ٢١ ، ٢١

الوسيط = القيمة المفردة التي تقع في منتصف الترتيب التصاعدي أو التنازلي السابق = ١٧

الوسيط Median

أوجد القيمة الوسيطة للبيانات التالية:

(أ) ١٢ ، ١٧ ، ١٤ ، ١٩ ، ٢١ ، ١٦ ، ٢١ (عدد فردي من القيم)

(ب) ٦٧ ، ٦٢ ، ٥٦ ، ٦٢ ، ٧١ ، ٦٦ ، ٥٨ ، ٥١ ، ٤٨ (عدد زوجي من القيم)

٤٨ ، ٥١ ، ٥٦ ، ٥٨ ، ٦٢ ، ٦٦ ، ٦٧ ، ٧١

القيمة المفردة التي تقع في منتصف الترتيب التصاعدي السابق أي بين القيمتين: ٥٨ ، ٦٢

لذلك نحتاج استخراج الوسط الحسابي لهاتين القيمتين.

$$\text{أي أن الوسيط} = (٥٨ + ٦٢) \div ٢ = ٦٠$$

سؤال ٤

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

أوجد الوسيط للبيانات التالية:

٣	٤	٦	٧	٢	٣	٥	٦	٩
---	---	---	---	---	---	---	---	---

سؤال ٥

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

أوجد الوسط الحسابي للبيانات التالية:

٣	٤	٦	٧	٢	٣	٥	٦	٩
---	---	---	---	---	---	---	---	---

سؤال ٦

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

أوجد الوسيط للبيانات التالية:

٥	٧	١١	١٥	٥	٩	١٢	١٨
---	---	----	----	---	---	----	----

سؤال ٧

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

أوجد الوسط الحسابي للبيانات التالية:

٥	٧	١١	١٥	٥	٩	١٢	١٨
---	---	----	----	---	---	----	----

المنوال

المنوال Mode

يعرف المنوال لمجموعة من القيم أنه:

القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها، أو القيمة الأكثر شيوعًا. ولذا يسمى "بالشائع".

فمثلا مجموعة القيم التالية، لها منوال = ٩

٢	٥	٧	٩	٩	٩	١٠	١٠	١١	١٢	١٨
---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----

المنوال Mode

يعرف المنوال لمجموعة من القيم أنه:

القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها، أو القيمة الأكثر شيوعًا. ولذا يسمى "بالشائع".

مثال ٢: المجموعة التالية لها منوال =

٦	٧	١	٩	٣	٥	٨	١٠	١٢	١٥	١٦
---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----

المنوال Mode

يعرف المنوال لمجموعة من القيم أنه:

القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها، أو القيمة الأكثر شيوعًا. ولذا يسمى "بالشائع".

مثال ٢: المجموعة التالية لها منوال = عديمة المنوال

٦	٧	١	٩	٣	٥	٨	١٠	١٢	١٥	١٦
---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----

المنوال Mode

يعرف المنوال لمجموعة من القيم أنه:

القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها، أو القيمة الأكثر شيوعًا. ولذا يسمى "بالشائع".

مثال ٣: المجموعة التالية لها منوال =

٢	٣	٤	٤	٤	٥	٥	٧	٧	٧	٩
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

المنوال Mode

يعرف المنوال لمجموعة من القيم أنه:

القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها، أو القيمة الأكثر شيوعًا. ولذا يسمى "بالشائع".

مثال ٣: المجموعة التالية لها منوال = لها منوالان: ٧ و ٤

٢	٣	٤	٤	٤	٥	٥	٧	٧	٧	٩
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

المنوال Mode

يعرف المنوال لمجموعة من القيم أنه:

القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها، أو القيمة الأكثر شيوعًا. ولذا يسمى "بالشائع".

مثال ٣: المجموعة التالية لها منوال = لها منوالان: ٧ و ٤

٢	٣	٤	٤	٤	٥	٥	٧	٧	٧	٩
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

أي أن مجموعة القيم قد تكون وحيدة المنوال (لها منوال واحد) أو تكون عديدة المنوال، أو عديمة المنوال.

المنوال Mode

يعرف المنوال لمجموعة من القيم أنه:

القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها، أو القيمة الأكثر شيوعًا. ولذا يسمى "بالشائع".

مثال ٤: المجموعة التالية لها منوال =

٤	٤	٥	٥	٦	٦	٧	٧
---	---	---	---	---	---	---	---

المنوال Mode

يعرف المنوال لمجموعة من القيم أنه:

القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها، أو القيمة الأكثر شيوعًا. ولذا يسمى "بالشائع".

مثال ٤: المجموعة التالية لها منوال = عديمة المنوال

٤	٤	٥	٥	٦	٦	٧	٧
---	---	---	---	---	---	---	---

٤	٥	٦	٧
---	---	---	---

المنوال Mode

والمنوال به العديد من العيوب، منها:

- أنه لا يأخذ في الاعتبار جميع القيم، ولكنه يهتم فقط بالقيم الأكثر تكرارا.
 - أنه قد لا يتواجد أو قد يكون هناك أكثر من منوال للبيانات.
- إلا أنه يتميز ببعض المزايا، منها:
- أنه أسرع في تحديده من الوسط الحسابي والوسيط إذا كانت القيم قليلة.

الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال Mode

الوسط الحسابي: هو مجموع هذه القيم مقسوما على عددها.

الوسيط: القيمة المفردة التي تقع في منتصف البيانات وذلك بعد ترتيبها ترتيبا تصاعديا أو تنازليا.

المنوال: القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها، أو القيمة الأكثر شيوعًا. ولذا يسمى "بالشائع".

تمرينات

الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال Mode

أوجد الوسط الحسابي \bar{x} ، الوسيط M ، والمنوال للقيم التالية:

٣	٥	٢	٦	٥	٩	٥	٢	٨	٦
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

الوسط الهندسي

الوسط الهندسي Geometric Mean

نتيجة أن الوسط الحسابي يتأثر بالقيم الشاذة؛ دعت الحاجة إلى وجود مقاييس لا تتأثر بقدر الإمكان بالقيم الشاذة والمتطرفة. ومن تلك المقاييس: الوسط الهندسي، والذي يفيد في بعض التطبيقات الاقتصادية ودراسات نمو الظواهر الديموغرافية وكذلك في حساب الأرقام القياسية.

الوسط الهندسي Geometric Mean

تعريف الوسط الهندسي GM:

هو **الجذر** النوني لحاصل ضرب مجموعة من القيم الموجبة.

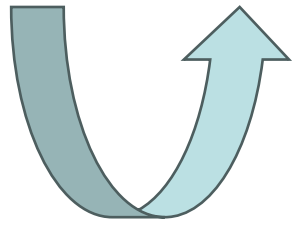
$$GM = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$$

$$\sqrt[2]{4} = ?$$

$$\sqrt[2]{4} = 2$$

$$\sqrt[2]{4} = 2 \quad \rightarrow \quad ? \times ? = 4$$

$$\sqrt[2]{4} = 2 \quad \rightarrow \quad ? \times ? = 4$$



الجذر التربيعي

$$2^2 = 4 \quad \rightarrow \quad 2 \times 2 = ?$$

$$\sqrt[2]{4} = 2 \quad \Rightarrow \quad ? \times ? = 4$$

$$\sqrt{4} = 2 \quad \Rightarrow \quad ? \times ? = 4$$

في الجذر التربيعي: لا إشكال في كتابة
الرقم ٢ أو عدم كتابته

الجذر التربيعي

$$2^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad 2 \times 2 = ?$$

$$\sqrt[2]{4} = 2 \quad \Rightarrow \quad ? \times ? = 4$$

$$\sqrt{4} = 2 \quad \Rightarrow \quad ? \times ? = 4$$

$$\sqrt{9} = ? \quad \Rightarrow \quad ? \times ? = 9$$

$$\sqrt{16} = ? \quad \Rightarrow \quad ? \times ? = 16$$

الجذر التربيعي

$$\sqrt[2]{4} = 2 \quad \Rightarrow \quad ? \times ? = 4$$

$$\sqrt{4} = 2 \quad \Rightarrow \quad ? \times ? = 4$$

$$\sqrt[3]{8} = ? \quad \Rightarrow \quad ? \times ? \times ? = 8$$

الجذر التكعيبي

$$\sqrt[2]{4} = 2 \quad \Rightarrow \quad ? \times ? = 4$$

$$\sqrt{4} = 2 \quad \Rightarrow \quad ? \times ? = 4$$

$$\sqrt[3]{8} = ? \quad \Rightarrow \quad ? \times ? \times ? = 8$$

$$\sqrt[3]{27} = ? \quad \Rightarrow \quad ? \times ? \times ? = 27$$

الجذر التكعيبي

الوسط الهندسي Geometric Mean

تعريف الوسط الهندسي GM:

هو الجذر النوني لحاصل ضرب مجموعة من القيم الموجبة.

$$GM = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$$

Mean الوسط الحسابي

الوسط الحسابي أو المتوسط لمجموعة من القيم:

هو مجموع هذه القيم مقسوما على عددها.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

ويُرمز للوسط الحسابي بـ \bar{x}

ويُرمز لعدد القيم بـ n

ويُرمز للقيم بـ $x_1 x_2 x_3$

تذكير بهذا
الرمز

Mean **الوسط الحسابي**

الوسط الحسابي أو المتوسط لمجموعة من القيم:

هو مجموع هذه القيم مقسوما على عددها.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \bar{x} = \frac{2 + 4 + 8}{3} = \bar{x} = \frac{14}{3} = 4.66$$

الوسط الهندسي Geometric Mean

تعريف الوسط الهندسي GM:

هو الجذر النوني لحاصل **ضرب** مجموعة من القيم الموجبة.

$$GM = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$$

Geometric Mean الوسط الهندسي

فمثلا: الوسط الهندسي للقيم: ٢ ، ٤ ، ٨ هو:

$$GM = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8} = \sqrt[3]{64} = 4$$

مقارنة بين الوسط الهندسي والوسط الحسابي

فمثلا: الوسط الهندسي للقيم: ٢ ، ٤ ، ٨ هو:

$$GM = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8} = \sqrt[3]{64} = 4$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \bar{x} = \frac{2 + 4 + 8}{3} = \bar{x} = \frac{14}{3} = 4.66$$

الوسط الحسابي

الوسط الهندسي Geometric Mean

فمثلا: الوسط الهندسي للقيم: ٢ ، ٤ ، ٨ هو:

$$GM = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8} = \sqrt[3]{64} = 4$$

مثال ٢: الوسط الهندسي للقيم: ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ، ١٠ ، ١٢ هو:

$$GM = \sqrt[7]{12 \times 10 \times 7 \times 6 \times 6 \times 5 \times 3} = \sqrt[7]{453600} \approx 6.43$$

الوسط الهندسي Geometric Mean

فمثلا: الوسط الهندسي للقيم: ٢ ، ٤ ، ٨ هو:

$$GM = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8} = \sqrt[3]{64} = 4$$

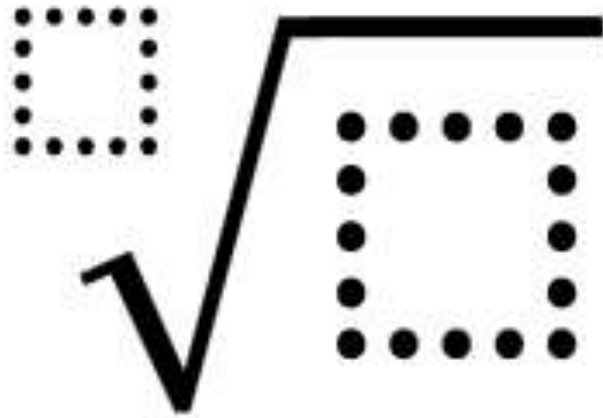
مثال ٢: الوسط الهندسي للقيم: ١٢ ، ١٠ ، ٧ ، ٦ ، ٦ ، ٥ ، ٣ هو:

$$GM = \sqrt[7]{12 \times 10 \times 7 \times 6 \times 6 \times 5 \times 3} = \sqrt[7]{453600} \approx 6.43$$

Geometric Mean الوسط الهندسي

مثال ٢: الوسط الهندسي للقيم: ٣، ٥، ٦، ٦، ٧، ١٠، ١٢ هو:

$$GM = \sqrt[7]{12 \times 10 \times 7 \times 6 \times 6 \times 5 \times 3} = \sqrt[7]{453600} \cong 6.43$$

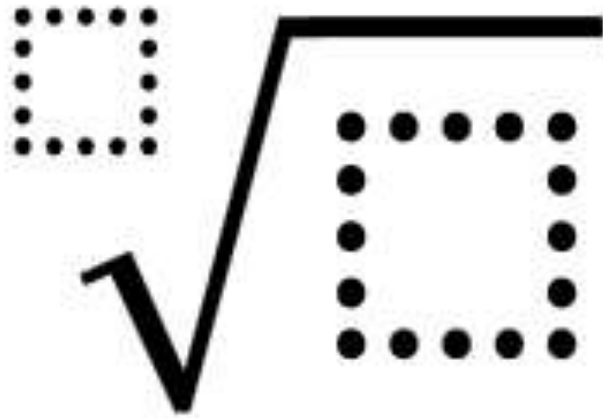


يمكن استخدام هذا الرمز في الآلة
الحاسبة المتقدمة لإيجاد الوسط
الهندسي

Geometric Mean الوسط الهندسي

مثال ٢: الوسط الهندسي للقيم: ٣، ٥، ٦، ٦، ٧، ١٠، ١٢ هو:

$$GM = \sqrt[7]{12 \times 10 \times 7 \times 6 \times 6 \times 5 \times 3} = \sqrt[7]{453600} \cong 6.43$$



لكن إذا لم يوجد
فيكيف يتم حساب الجذر النوني

Geometric Mean الوسط الهندسي

مثال ١: الوسط الهندسي للقيم: ٢ ، ٤ ، ٨ هو:

	64

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

نقوم بتحليل العدد
إلى عوامله الأولية

Geometric Mean الوسط الهندسي

2	64
	32

مثال ١: الوسط الهندسي للقيم: ٢ ، ٤ ، ٨ هو:

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

نقوم بتحليل العدد
إلى عوامله الأولية

Geometric Mean الوسط الهندسي

مثال ١: الوسط الهندسي للقيم: ٢ ، ٤ ، ٨ هو:

2	64
2	32
	16

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

نقوم بتحليل العدد
إلى عوامله الأولية

Geometric Mean الوسط الهندسي

مثال ١: الوسط الهندسي للقيم: ٢ ، ٤ ، ٨ هو:

2	64
2	32
2	16
	8

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

نقوم بتحليل العدد
إلى عوامله الأولية

Geometric Mean الوسط الهندسي

مثال ١: الوسط الهندسي للقيم: ٢ ، ٤ ، ٨ هو:

2	64
2	32
2	16
2	8
	4

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

نقوم بتحليل العدد
إلى عوامله الأولية

Geometric Mean الوسط الهندسي

مثال ١: الوسط الهندسي للقيم: ٢ ، ٤ ، ٨ هو:

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

نقوم بتحليل العدد
إلى عوامله الأولية

Geometric Mean الوسط الهندسي

مثال ١: الوسط الهندسي للقيم: ٢ ، ٤ ، ٨ هو:

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

نقوم بتحليل العدد
إلى عوامله الأولية

Geometric Mean الوسط الهندسي

مثال ١: الوسط الهندسي للقيم: ٢ ، ٤ ، ٨ هو:

2	}	2	64
		2	32
		2	16
×	}	2	8
		2	4
		2	2
2	}		1

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

الرقم ٢ تكرر ثلاث مرات،
فنأخذ واحدة منها
ونعمل نفس الطريقة لبقية
الأرقام

Geometric Mean الوسط الهندسي

طريقة إيجاد الجذر التربيعي بالتحليل:

2
×
2
×
2

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$$\sqrt[2]{64} = 8$$

الرقم ٢ تكرر مرتين، فنأخذ
واحدة منها، ونعمل نفس
الطريقة لبقية الأرقام

Geometric Mean الوسط الهندسي

فمثلاً: الوسط الهندسي للقيم: ٢ ، ٤ ، ٨ هو:

$$GM = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8} = \sqrt[3]{64} = 4$$

مثال ٢: الوسط الهندسي للقيم: ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ، ١٠ ، ١٢ هو:

$$GM = \sqrt[7]{12 \times 10 \times 7 \times 6 \times 6 \times 5 \times 3} = \sqrt[7]{453600} \approx 6.43$$

قد يكون من الصعب حساب هذه العملية لذلك نلجأ إلى اللوغاريتمات

اللوغاريتمات

تعرف اللوغاريتمات بأنها الدالة العكسية للدوال الأسية (عكس عملية الأس)، فمثلاً:

$$10^3 = 1000$$

إذا اللوغاريتم للعدد 1000 بالنسبة للأساس $10 = 3$

واللوغاريتم للعدد 100 بالنسبة للأساس $10 = 2$

وإذا أطلق مصطلح اللوغاريتم، فإنه يُقصد به اللوغاريتم العشري

ويرمز له بالرمز: \log

اللوغاريتمات

تعرف اللوغاريتمات بأنها الدالة العكسية للدوال الأسية (عكس عملية الأس)، فمثلاً:

$$10^3 = 1000$$

إذا اللوغاريتم للعدد 1000 بالنسبة للأساس 3 $10 = 3$

واللوغاريتم للعدد 100 بالنسبة للأساس 2 $10 = 2$

وإذا أطلق مصطلح اللوغاريتم، فإنه يُقصد به اللوغاريتم العشري

ويرمز له بالرمز: \log

فمثلاً: $\log(53646432)$ يعني كم مرة نضرب الـ 10 في نفسها حتى نحصل على هذا الرقم

اللوغاريتمات

تعرف اللوغاريتمات بأنها الدالة العكسية للدوال الأسية (عكس عملية الأس)، فمثلاً:

$$10^{10} = 10000000000 = \log 10000000000 = 10$$

كان اللوغاريتم معروفاً لدى العرب نسبة إلى العالم الخوارزمي، ولقد أُدخل مفهوم

اللوغاريتمات إلى الرياضيات في القرن السابع عشر على يد العالم الفلكي جون نابير

وسيلةً لتبسيط الحسابات، ليعتمد عليها بعد ذلك الملاحون والعلماء والمهندسون

والفلكيون وغيرهم لإنجاز حساباتهم بسهولة أكبر، مستخدمين المساطر الحاسبة

والجداول اللوغاريتمية

اللوغاريتمات

تعرف اللوغاريتمات بأنها الدالة العكسية للدوال الأسية (عكس عملية الأس)، فمثلا:

$$10^3 = 1000 \quad = \quad \log 1000 = 3$$

مثال على تبسيط الحسابات باستخدام اللوغاريتمات

حاصل ضرب 9876 في 5432 سيكون الناتج كبيرا

بينما يمكن أن نتوصل إلى نفس خواص الأرقام باستخدام اللوغاريتمات كالآتي:

$$\log(9876 \times 5432) \quad = \quad \log 9876 + \log 5432$$

$$\log(53646432) \quad = \quad 3.99 + 3.73$$

$$7.73 \quad = \quad 7.73$$

الوسط الهندسي Geometric Mean

فمثلا: الوسط الهندسي للقيم: ٢ ، ٤ ، ٨ هو:

$$GM = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8} = \sqrt[3]{64} = 4$$

يمكن استخدام اللوغاريتمات لتسهيل حساب الوسط الهندسي، كالآتي:

$$\log GM = \frac{\sum \log x}{n} = \frac{\log(x_1 \times x_2 \times \cdots x_n)}{n}$$

الوسط الهندسي Geometric Mean

فمثلا: الوسط الهندسي للقيم: ٢ ، ٤ ، ٨ هو:

$$GM = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8} = \sqrt[3]{64} = 4$$

يمكن استخدام اللوغاريتمات لتسهيل حساب الوسط الهندسي، كالآتي:

$$\log GM = \frac{\log(x_1 \times x_2 \times \cdots x_n)}{n} = \frac{\log(2 \times 4 \times 8)}{3} = \frac{\log(64)}{3} = \frac{1.806}{3} = 0.602$$

$$GM = 10^{0.602} \cong 4$$

خصائص الوسط الهندسي

- ١- يعطي نتائج أكثر اعتدالا من الوسط الحسابي.
- ٢- لا بد من استخدام جميع القيم دون إهمال لأحدها.
- ٣- أقل تأثيرا بالقيم المتطرفة عن الوسط الحسابي.

مزايا الوسط الهندسي

- ١- أكثر تمثيلاً للقيم عن الوسط الحسابي، باعتبار عدم تأثره بالقيم المتطرفة مقارنة بالوسط الحسابي.
- ٢- يُعد من أفضل المقاييس لحساب متوسطات النسب ومعدلات النمو.
- ٣- يُعد من أكثر مقاييس النزعة المركزية ملاءمة لحساب الأرقام القياسية.

سيتم التعرف على
الأرقام القياسية ضمن
موضوعات هذا المقرر

لماذا يُستخدم الوسط الهندسي في حساب الأرقام القياسية؟

• الأرقام القياسية (مثل الرقم القياسي للأسعار أو الإنتاج) تعتمد على **النسب المئوية** أو **معدلات التغير**، والتي تمثل تغيرات متضاعفة عبر الزمن.

• الوسط الهندسي أكثر دقة في تمثيل المعدلات المتغيرة مقارنةً بالوسط الحسابي، لأنه يأخذ في الاعتبار التأثير التراكمي للنسب المتغيرة.

مثال تطبيقي على حساب الأرقام القياسية بالوسط الهندسي

لنفترض أن الرقم القياسي لأسعار المستهلك في ثلاث سنوات متتالية كان يتغير بالنسب التالية:

• السنة الأولى: ٥% زيادة (أي ١,٠٥)

• السنة الثانية: ٣% زيادة (أي ١,٠٣)

• السنة الثالثة: ٤% زيادة (أي ١,٠٤)

أي أن المتوسط الهندسي لمعدل التغير السنوي = ٣,٩٨% وهو أدق من استخدام الوسط الحسابي للزيادات السنوية، الذي سيكون $3/(4+3+5) = 4\%$ ، وهو تقدير غير دقيق بسبب طبيعة التغيرات المتراكمة.

عيوب الوسط الهندسي

- ١- لا يمكن حسابه إذا كانت إحدى القيم تساوي صفرا.
- ٢- لا يمكن استخدامه إذا كانت إحدى القيم سالبة.
- ٣- صعوبة حسابه يدويا، وإنما يمكن ذلك بالآلات الحاسبة.

سؤال ٨

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

احسب الوسط الهندسي

15 , 5 , 9 , 12 , 18

$$GM = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8} = \sqrt[3]{64} = 4$$

$$\log GM = \frac{\log(2 \times 4 \times 8)}{3} = \frac{\log(64)}{3} = \frac{1.806}{3} = 0.602$$

$$GM = 10^{0.602} \cong 4$$

الوسط التوافقي

الوسط التوافقي Harmonic Mean

يُعد الوسط التوافقي من المقاييس التي تحدُّ من تأثير القيم المتطرفة، وخاصة حالة التطرف نحو الكبير.

$$HM = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

تعريف الوسط التوافقي HM:

مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات القيم.

Harmonic Mean الوسط التوافقي

مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات القيم.

$$HM = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

Harmonic Mean الوسط التوافقي

مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات القيم.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2 + 4 + 8}{3} = \frac{14}{3} = 4.66$$

$$HM = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \text{-----} = \text{-----} = \text{-----} =$$

Harmonic Mean الوسط التوافقي

مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات القيم.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2 + 4 + 8}{3} = \frac{14}{3} = 4.66$$

$$HM = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \text{-----} = \text{-----} =$$

Harmonic Mean الوسط التوافقي

مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات القيم.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2 + 4 + 8}{3} = \frac{14}{3} = 4.66$$

$$HM = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{3}{0.5 + 0.25 + 0.13} = \text{---} =$$

Harmonic Mean الوسط التوافقي

مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات القيم.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2 + 4 + 8}{3} = \frac{14}{3} = 4.66$$

$$HM = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{3}{0.5 + 0.25 + 0.125} = \frac{3}{0.875} = 3.428$$

سؤال ٩

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

تمرين على الوسط التوافقي Harmonic Mean

$$HM = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{3}{0.5 + 0.25 + 0.13} = \frac{3}{0.88} = 3.43$$

احسب الوسط التوافقي للقيم التالية:

5 , 4 , 8 , 3 , 7 , 2 , 9

تمرين على الوسط التوافقي Harmonic Mean

$$HM = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{7}{\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2} + \frac{1}{9}} = \frac{7}{0.2 + 0.25 + 0.125 + 0.334 + 0.143 + 0.5 + 0.111} = \frac{7}{1.663} = 4.21$$

احسب الوسط التوافقي للقيم التالية:

5 , 4 , 8 , 3 , 7 , 2 , 9

سؤال ١٠

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

تمرين على الوسط الهندسي والوسط التوافقي

$$GM = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8} = \sqrt[3]{64} = 4$$

$$HM = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{3}{0.5 + 0.25 + 0.13} = \frac{3}{0.88} = 3.43$$

المطلوب: احسب الوسط الهندسي والتوافقي للقيم التالية:

85 , 76 , 93 , 82 , 94

سؤال ١١

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

احسب الوسط التوافقي:

10 , 7 , 6 , 6 , 5 , 3

سؤال ١٢

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

احسب الوسط الهندسي:

9 , 2 , 7 , 3 , 8 , 4 , 5

سؤال ١٣

ادخل على الموقع – قاعة الدراسة

احسب الوسط التوافقي:

94 , 82 , 93 , 76 , 85

شكرا لكم

شكر الله لكم حسن استماعكم ومتابعتكم