

# تحليل الارتباط

(معامل بيرسون – معامل سبيرمان)

◆ مقدمة

◆ قوة الارتباط

◆ معامل الارتباط البسيط

◆ معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

◆ معامل الارتباط الرتبي لسبيرمان

◆ الدلالة الإحصائية

# مقدمة

## مقدمة

في المحاضرات السابقة كنا نتعامل مع بيانات ذات متغير واحد  
و [كنا نرّمز له بالرمز  $x$ ]، وفي هذه الفصول السابقة قمنا بـ : جمع  
البيانات وتنظيمها وعرضها، واستخراج مقاييس خاصة بها. وكل ذلك  
كان من خلال القسم الأول من علم الإحصاء، وهو الإحصاء الوصفي.

## مقدمة

وفي هذا الباب سنتناول الأساليب الإحصائية لتقييم **العلاقات** بين عدة متغيرات من خلال ما يسمى بتحليل الارتباط؛ لمعرفة ما إذا كان هناك علاقة (ارتباط) بين ظاهرتين أو أكثر.

# مقدمة

في هذا الباب سنتعامل مع بيانات يمثلها **متغير  $x$**  وبيانات أخرى يمثلها **متغير آخر  $y$** ، ونبحث في:

(١) هل **هناك** علاقة بين هاتين المجموعتين من البيانات أم لا: فإذا كانت هناك علاقة

نقول إن المتغيرين  $x$ ،  $y$  مرتبطان، وإلا فهما غير مرتبطين.

(٢) **مدى قوة** هذه العلاقة إن وُجدت، وهل هي قوية قوية أم متوسطة أم ضعيفة.

(٣) **نوع** هذه العلاقة [إن وُجدت]، وهل هي طردية أم عكسية.

الطردية: كلما **زادت** قيمة  $x$  **زادت** قيمة  $y$ .  
والعكسية: كلما **زادت** قيمة  $x$  **نقصت** قيمة  $y$ .

## مقدمة

12	10	8	6	4	2	<b>x</b>
14	13	9.7	9	5.5	5	<b>y</b>

أمثلة على العلاقة بين المتغيرات: هل توجد علاقة بين:

د- عدد ساعات المذاكرة ودرجة الطالب

أ- الإنفاق على الإعلانات وبين المبيعات

هـ- درجة القلق ودرجة الطالب

ب- معدل الذكاء ودرجة الطالب

و- الإنفاق على التسويق والأرباح

ج- الطول والوزن

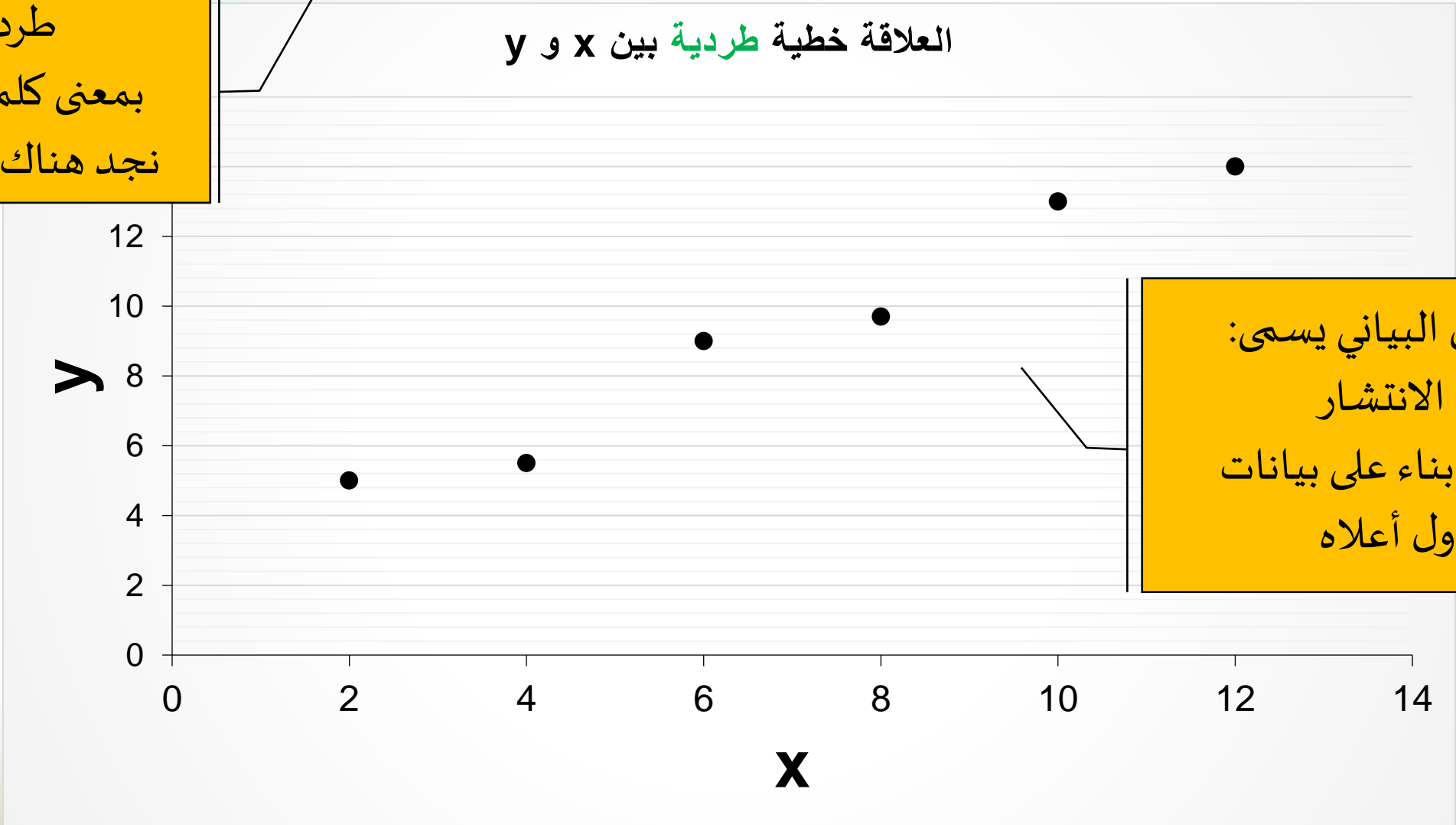
ز- العلاقة بين ..... والنمو الاقتصادي

ستتعرف فيما يلي على بعض أنواع العلاقات

12	10	8	6	4	2	<b>x</b>
14	13	9.7	9	5.5	5	<b>y</b>

طرديّة:  
بمعنى كلما زادت  $x$   
نجد هناك زيادة في  $y$

العلاقة خطية طردية بين  $x$  و  $y$



هذا الشكل البياني يسمى:  
شكل الانتشار  
ويتم رسمه بناء على بيانات  
الجدول أعلاه

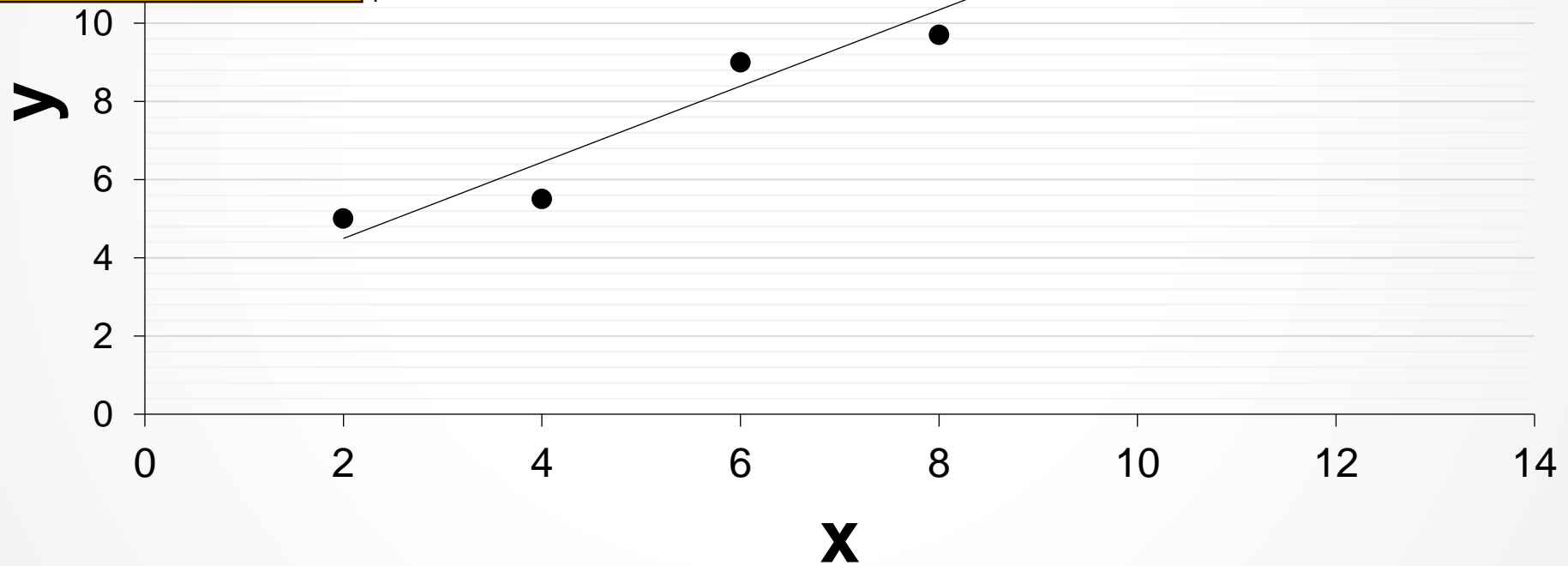


12	10	8	6	4	2	<b>x</b>
14	13	9.7	9	5.5	5	<b>y</b>

العلاقة خطية:

يعني أنه يمكننا رسم خط على  
نقاط شكل الانتشار  
أو قريبا منها

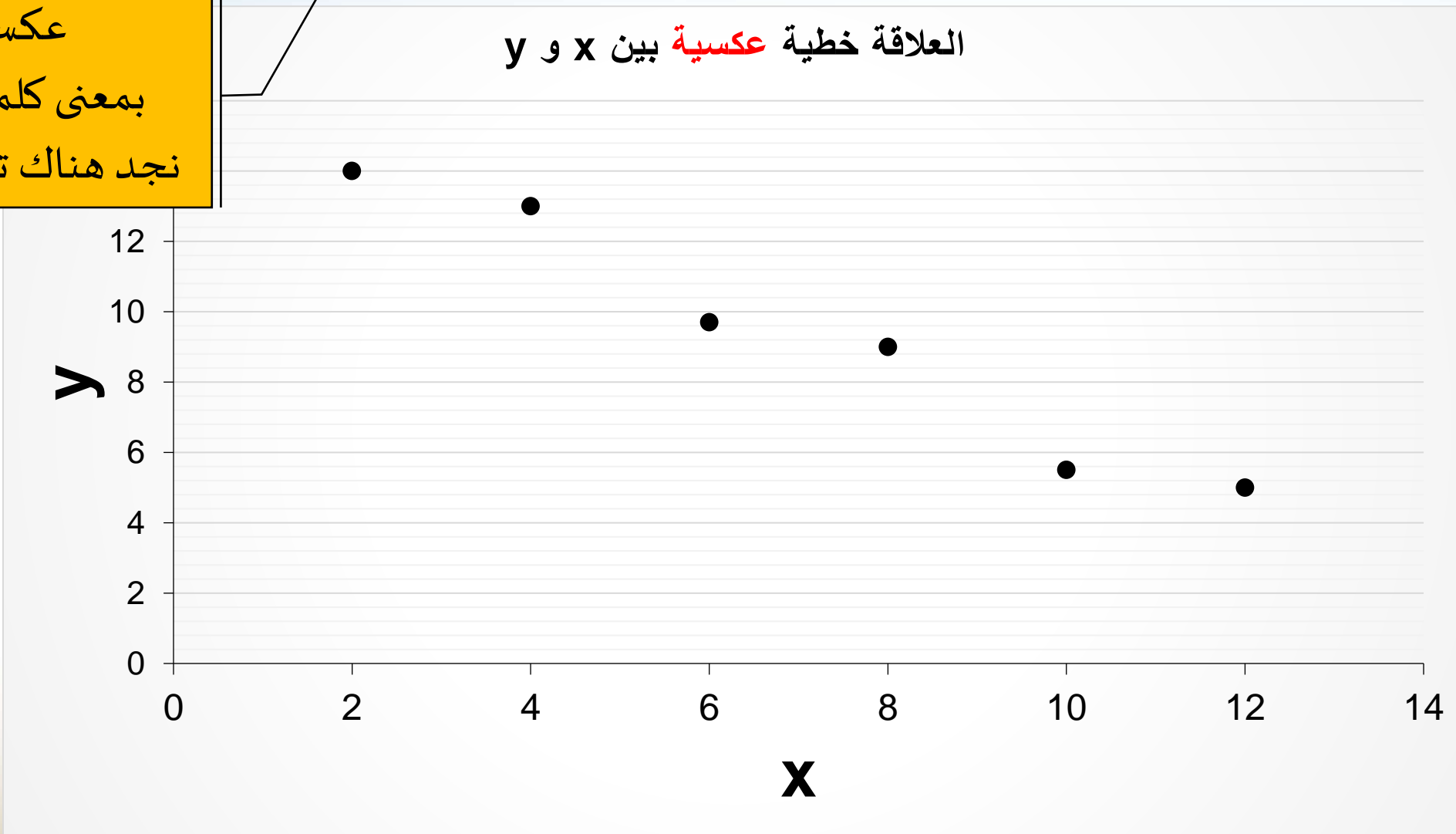
العلاقة خطية **طرديّة** بين **x** و **y**



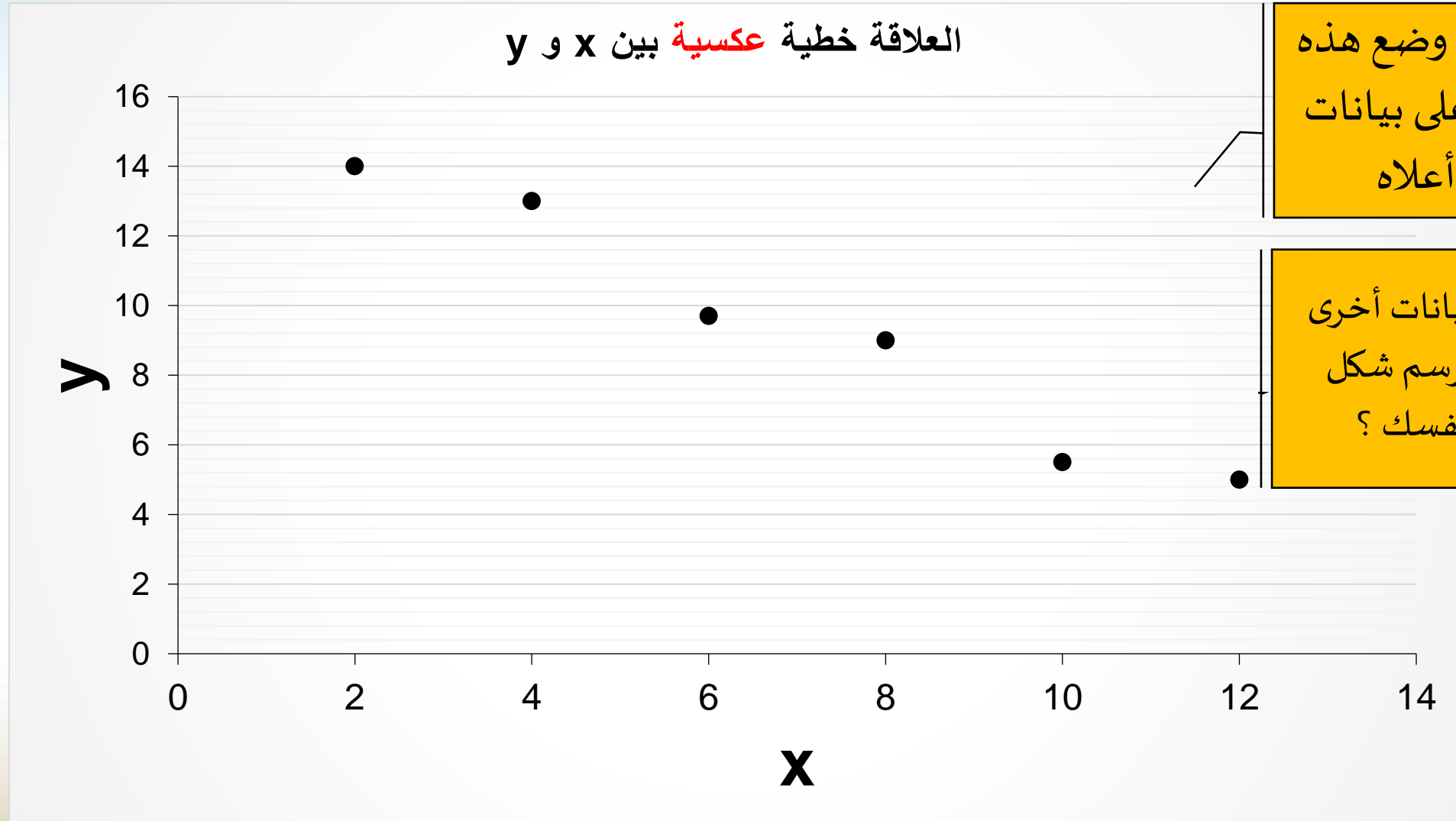
12	10	8	6	4	2	<b>x</b>
5	5.5	9	9.7	13	14	<b>Y</b>

عكسية:  
 بمعنى كلما زادت  $x$   
 نجد هناك تناقص في  $y$

العلاقة خطية **عكسية** بين  $x$  و  $y$



12	10	8	6	4	2	<b>x</b>
5	5.5	9	9.7	13	14	<b>Y</b>



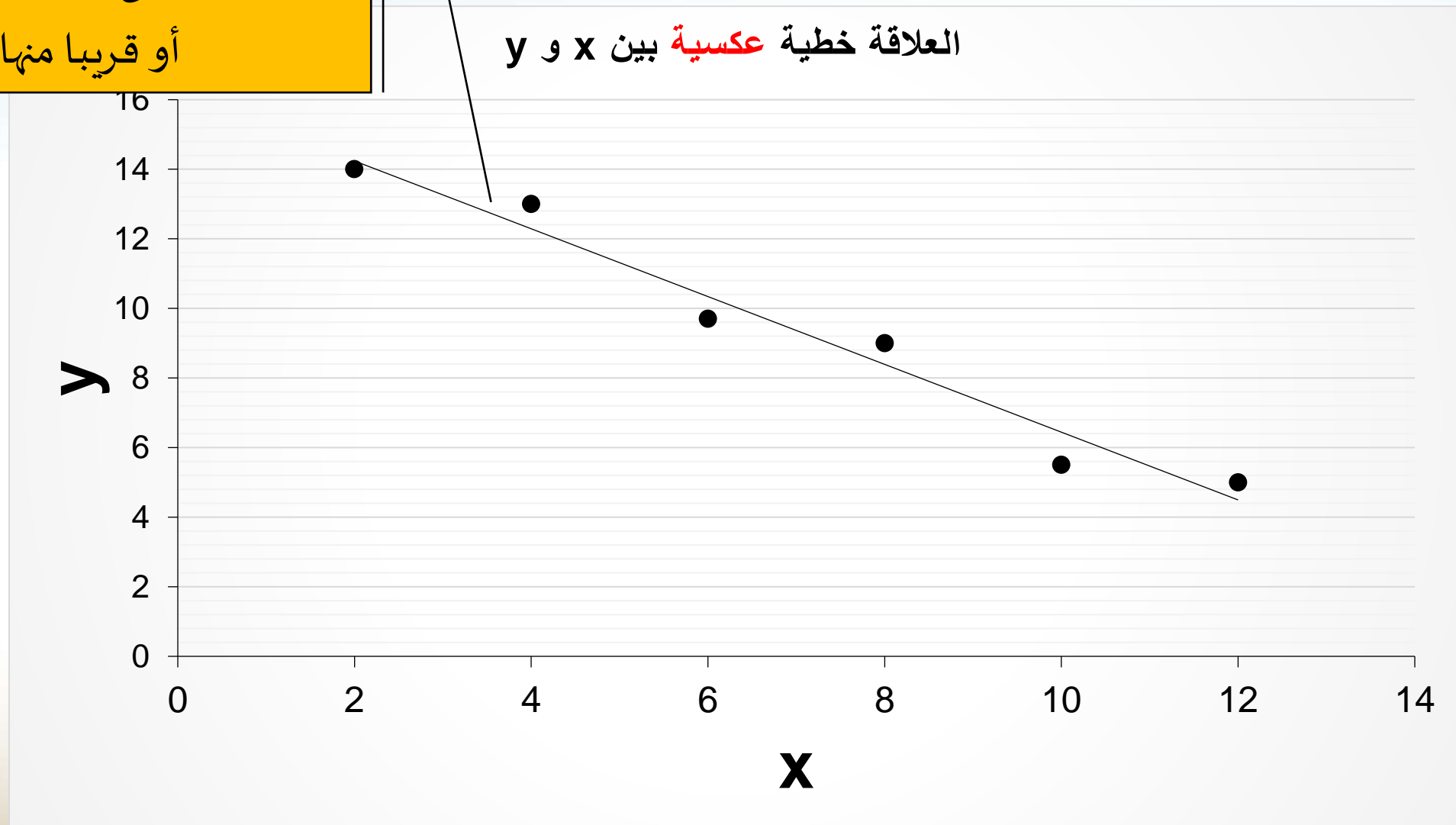
تأمل كيف تم وضع هذه النقاط بناء على بيانات الجدول أعلاه

لو كان لديك بيانات أخرى هل تستطيع رسم شكل الانتشار بنفسك؟

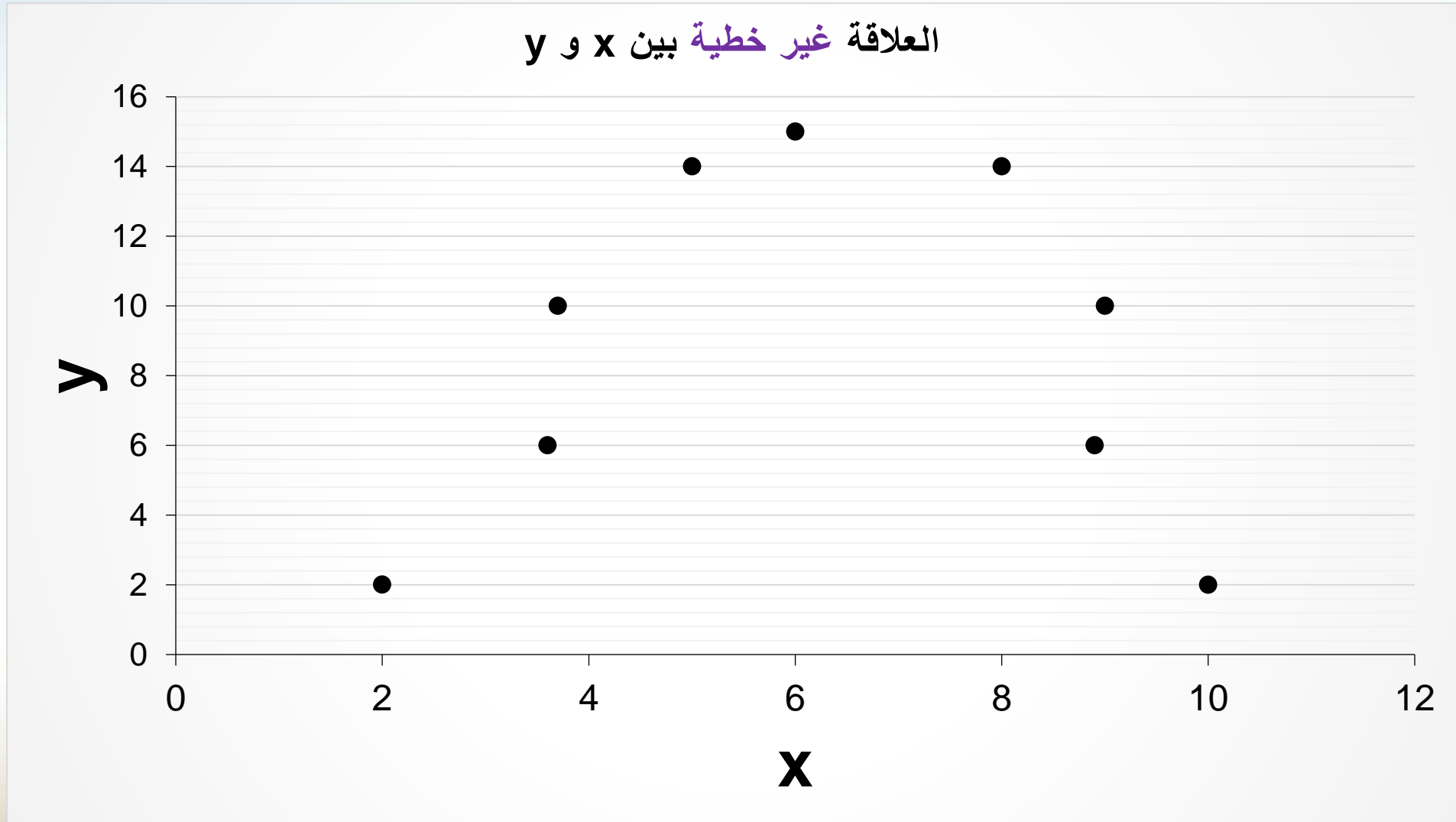
10	10	8	6	4	2	<b>x</b>
		9	9.7	13	14	<b>Y</b>

نقول بأن العلاقة خطية:  
لأنه يمكننا رسم خط على نقاط  
شكل الانتشار  
أو قريبا منها

العلاقة خطية **عكسية** بين  $x$  و  $y$



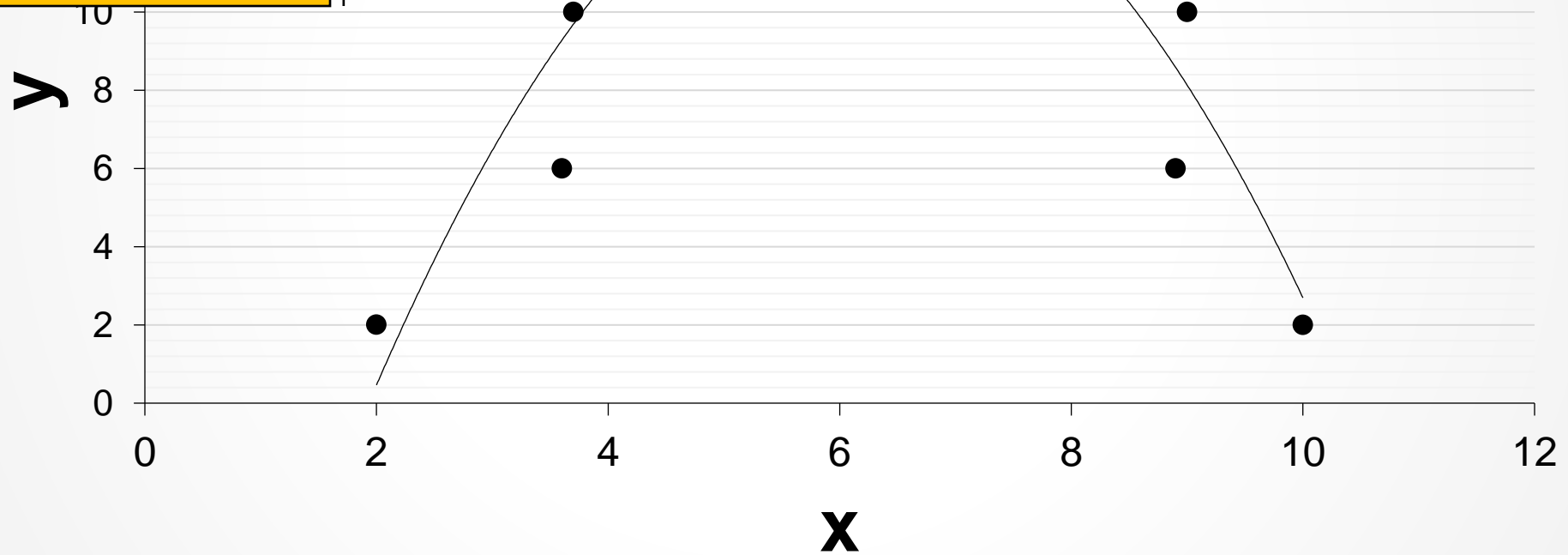
10	8.9	9	8	6	5	3.7	3.6	2	<b>X</b>
2	6	10	14	15	14	10	6	2	<b>Y</b>



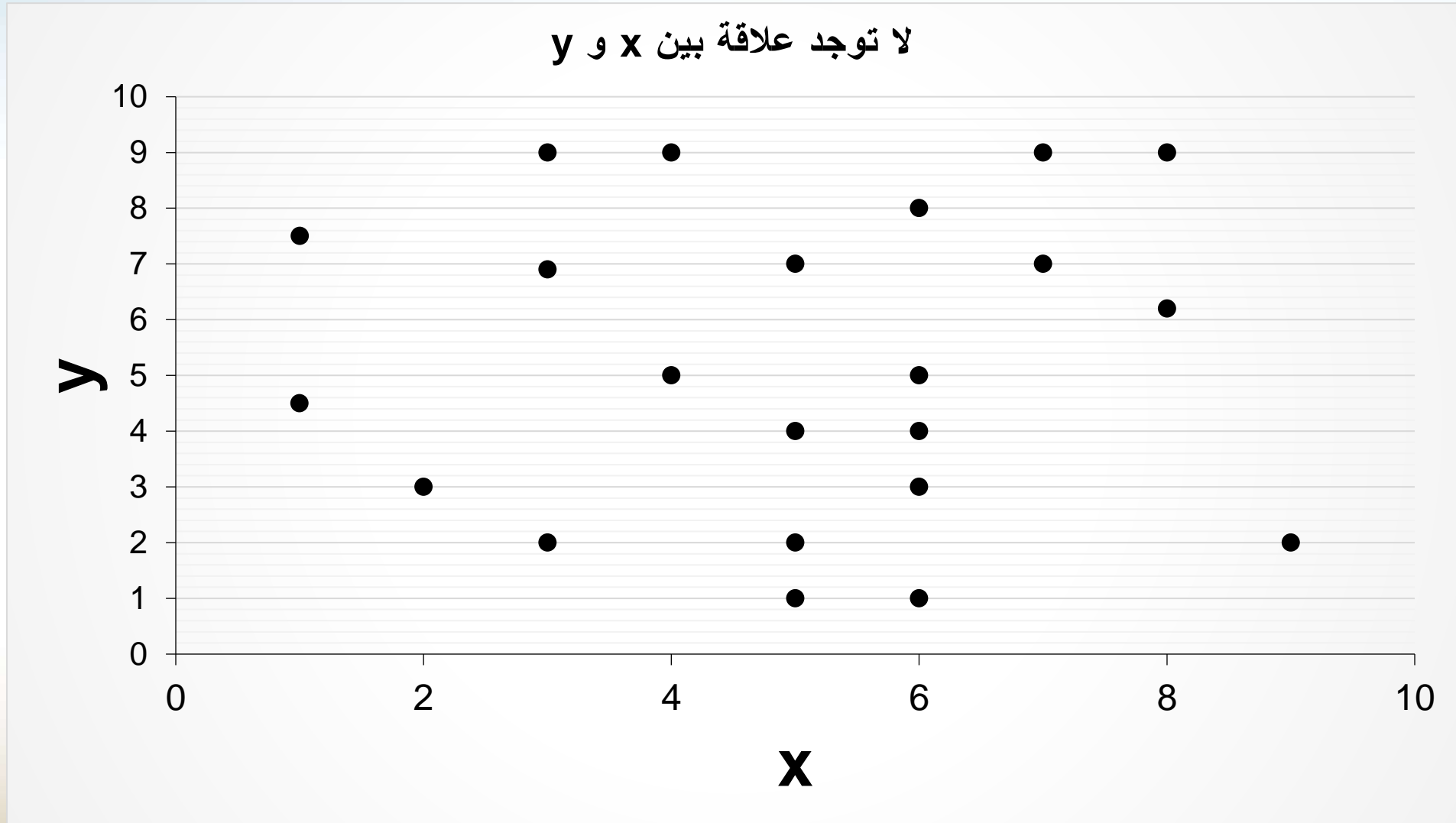
10	8.9	9	8	6	5	3.7	3.6	2	<b>X</b>
2	6	10	14	15	14	10	6	2	<b>Y</b>

بناء على بيانات الجدول  
تم رسم شكل الانتشار  
لكن يمكنك ملاحظة أنه لا  
نستطيع وضع خط مستقيم يمر  
على جميع النقاط أو قريبا منها

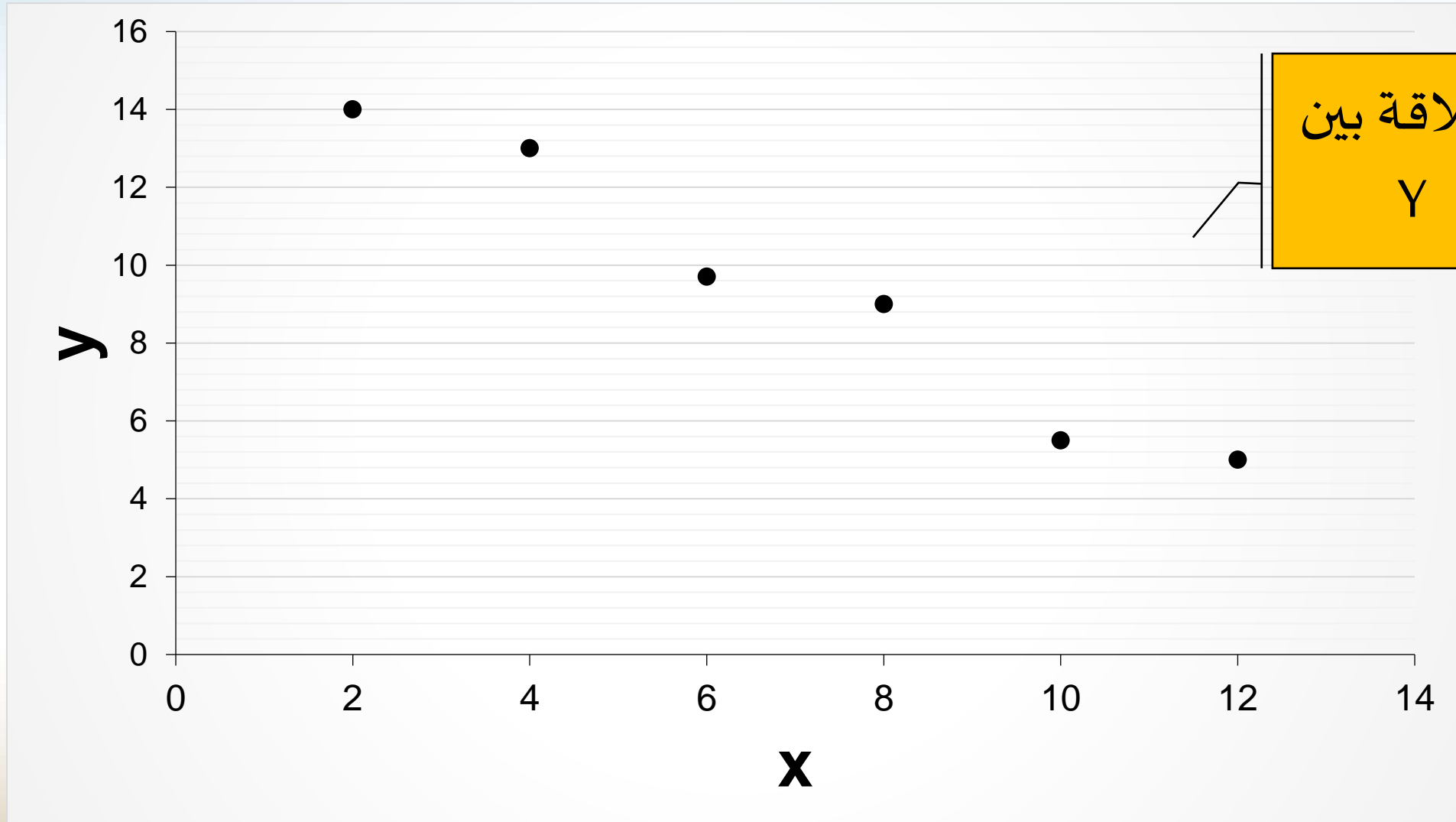
العلاقة غير خطية بين  $x$  و  $y$



8	6	3	6	5	1	5	4	6	6	7	3	8	1	<b>X</b>
9	1	2	3	7	7.5	1	9	8	5	9	6.9	6.2	4.5	<b>Y</b>



12	10	8	6	4	2	<b>x</b>
5	5.5	9	9.7	13	14	<b>Y</b>





# تحليل الارتباط

(باستخدام معامل الارتباط الخطي لبيرسون)

◆ مقدمة

◆ قوة الارتباط

◆ معامل الارتباط البسيط

◆ معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

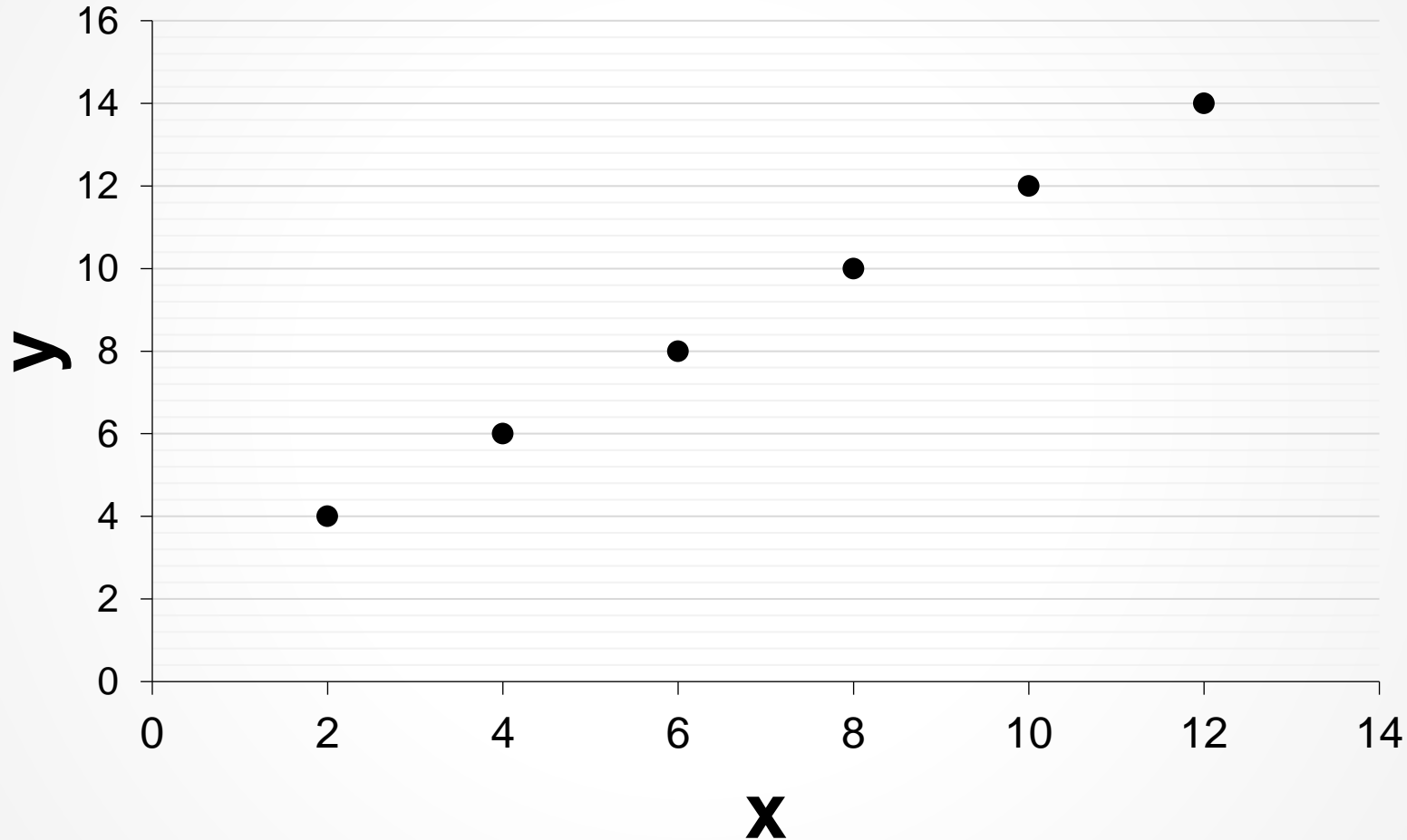
◆ معامل التحديد

◆ الدلالة الإحصائية

# قوة الارتباط

12	10	8	6	4	2	<b>x</b>
14	12	10	8	6	4	<b>Y</b>

العلاقة خطية **طرديّة** بين  $x$  و  $y$

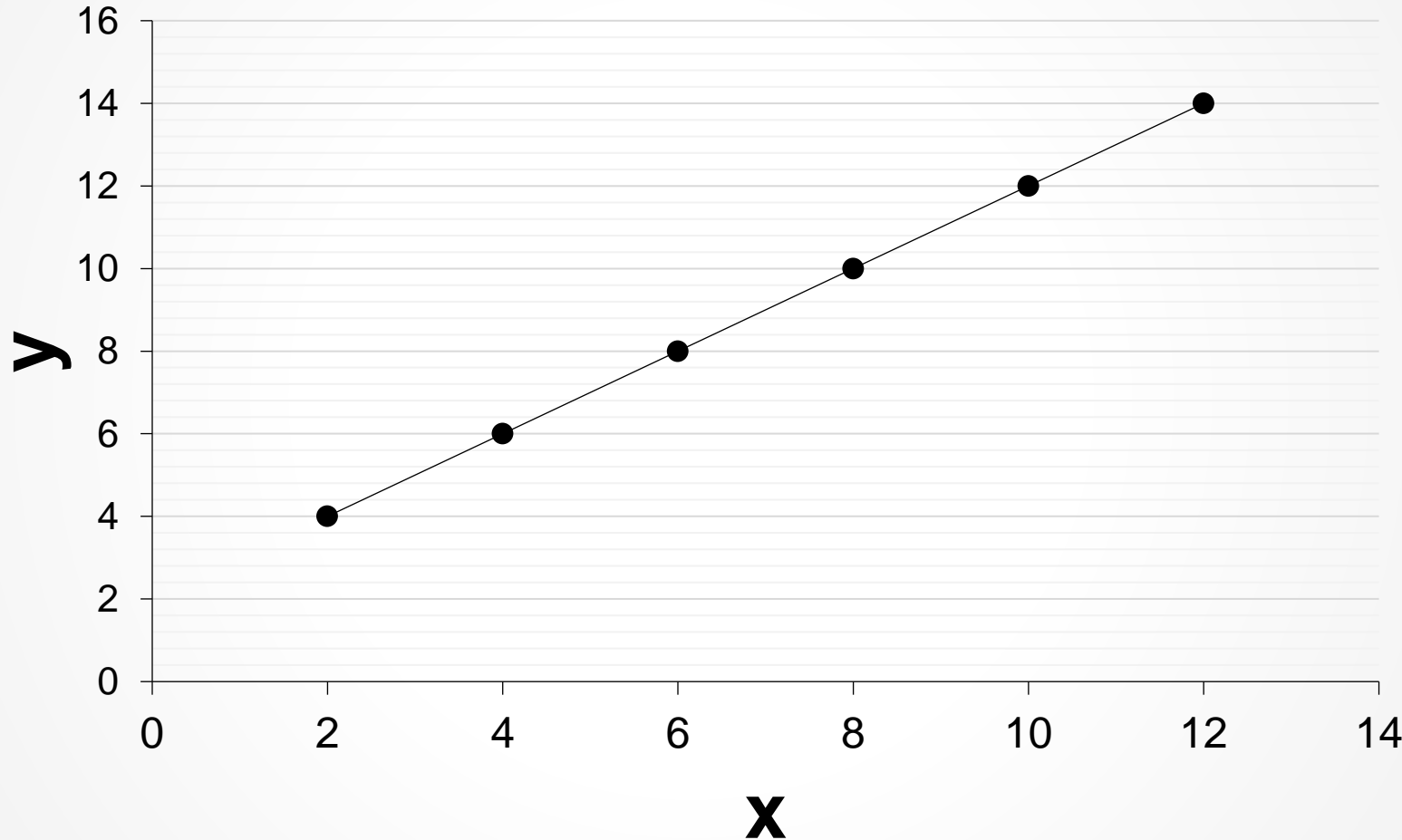


**قوة الارتباط:**

إذا أمكن رسم خط مستقيم يمر بجميع نقاط شكل الانتشار سُمي الارتباط "ارتباط تاما".

12	10	8	6	4	2	<b>x</b>
14	12	10	8	6	4	<b>Y</b>

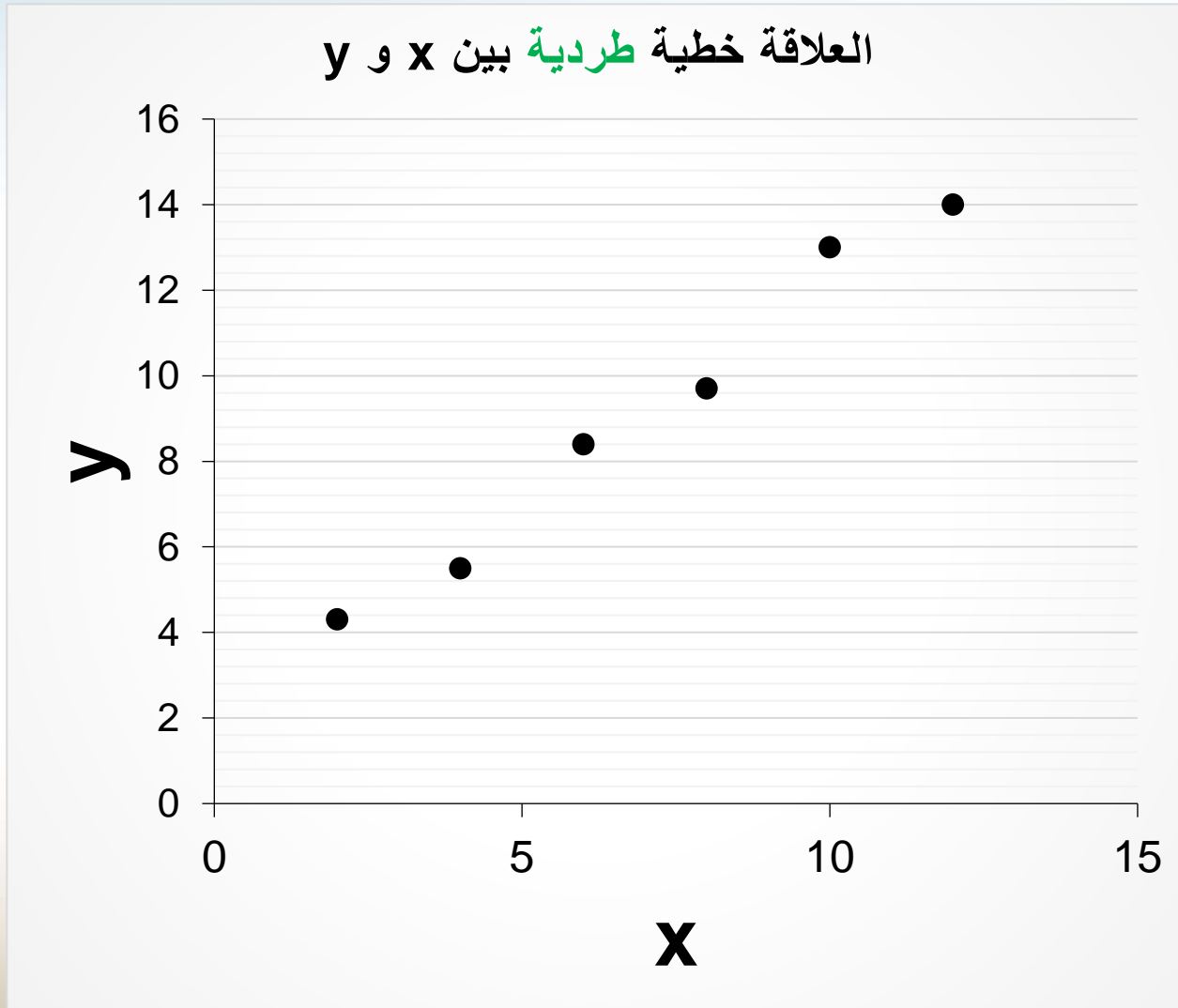
العلاقة خطية **طرديّة** بين **x** و **y**



**قوة الارتباط:**

إذا أمكن رسم خط مستقيم يمر بجميع نقاط شكل الانتشار سُمي الارتباط "ارتباط تاما".

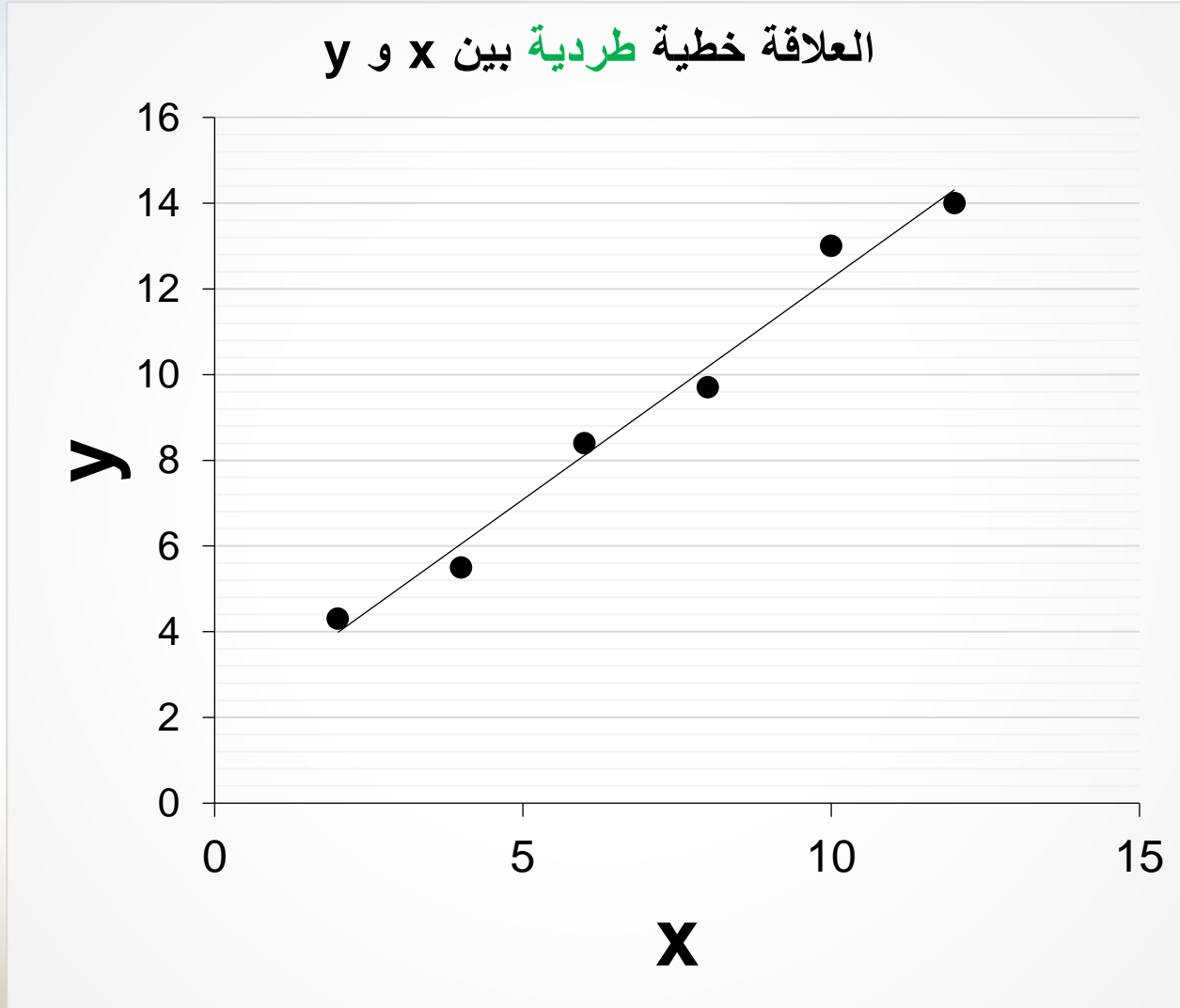
12	10	8	6	4	2	<b>x</b>
14	13	9.7	8.4	5.5	4.3	<b>Y</b>



قوة الارتباط:

وإذا أمكن رسم خط مستقيم بحيث تكون انحرافات النقاط عنه ضعيفة جدا سُمي الارتباط "ارتباط قوي".

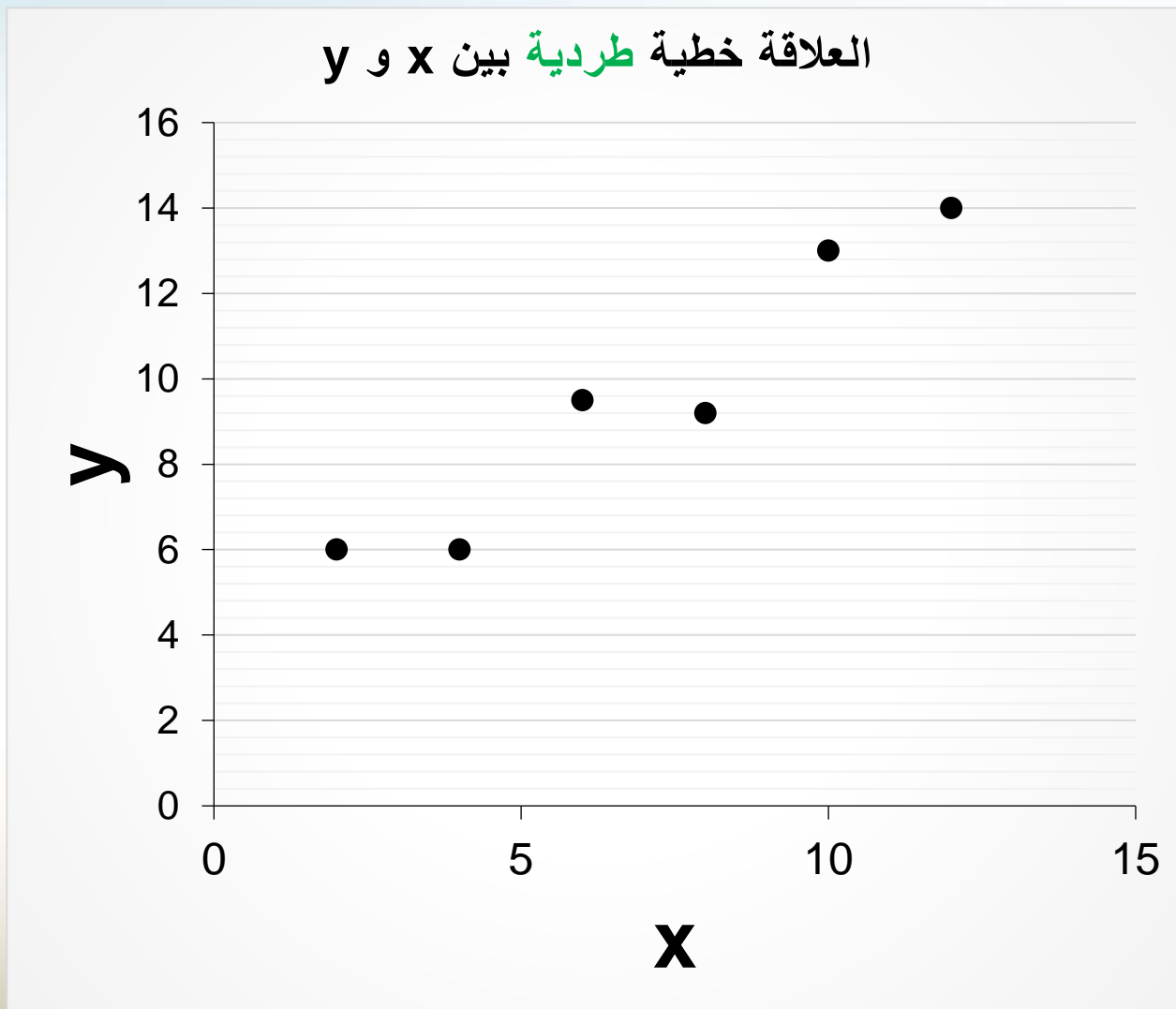
12	10	8	6	4	2	<b>x</b>
14	13	9.7	8.4	5.5	4.3	<b>Y</b>



قوة الارتباط:

وإذا أمكن رسم خط مستقيم بحيث تكون انحرافات النقاط عنه ضعيفة جدا سُمي الارتباط "ارتباط قوي".

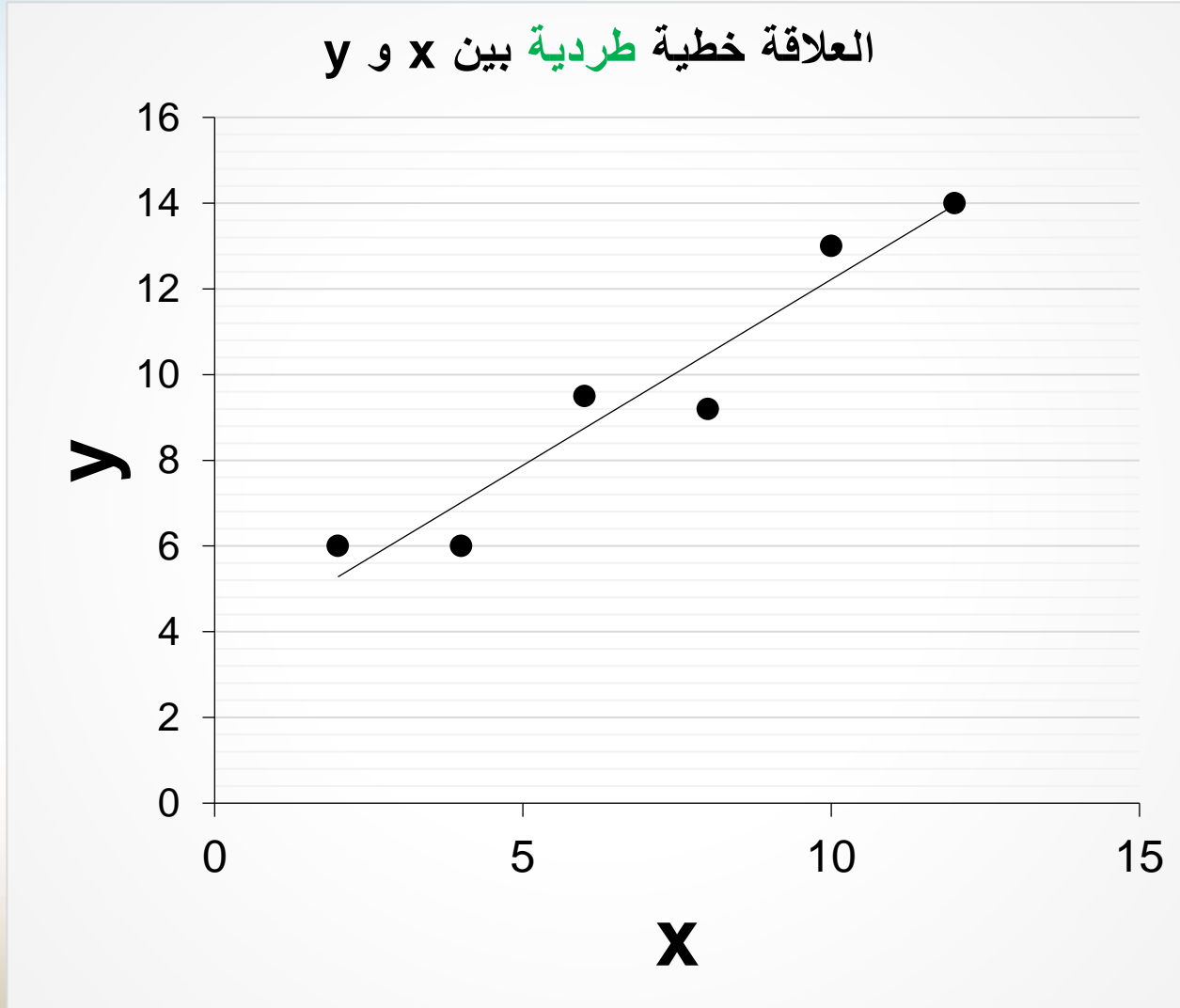
12	10	8	6	4	2	<b>x</b>
14	13	9.2	9.5	6	6	<b>Y</b>



قوة الارتباط:

وإذا كانت بعيدة بشكل معقول  
سمي بـ "ارتباط متوسط"

12	10	8	6	4	2	<b>x</b>
14	13	9.2	9.5	6	6	<b>Y</b>

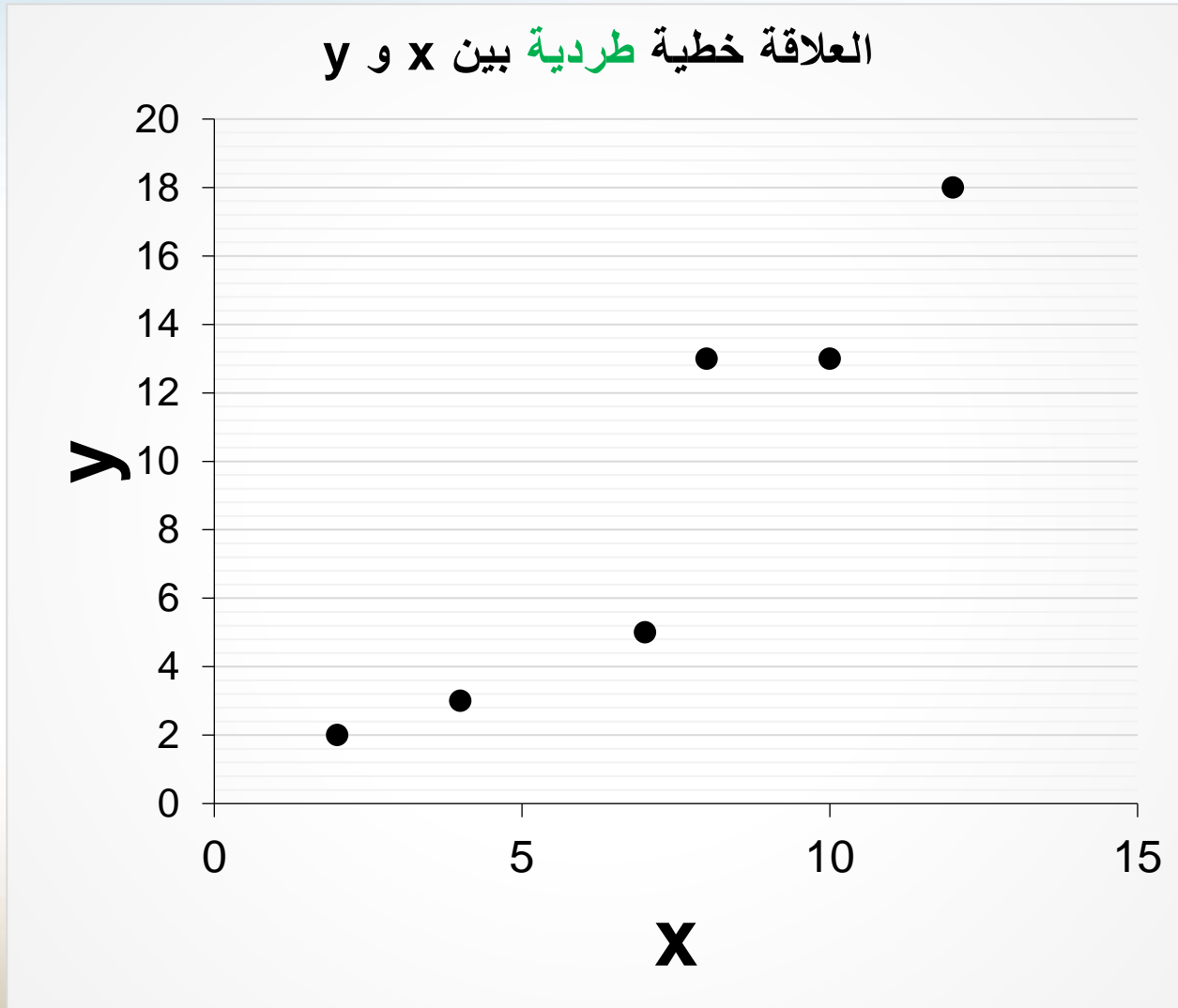


قوة الارتباط:

وإذا كانت بعيدة بشكل معقول  
سمي بـ "ارتباط متوسط"



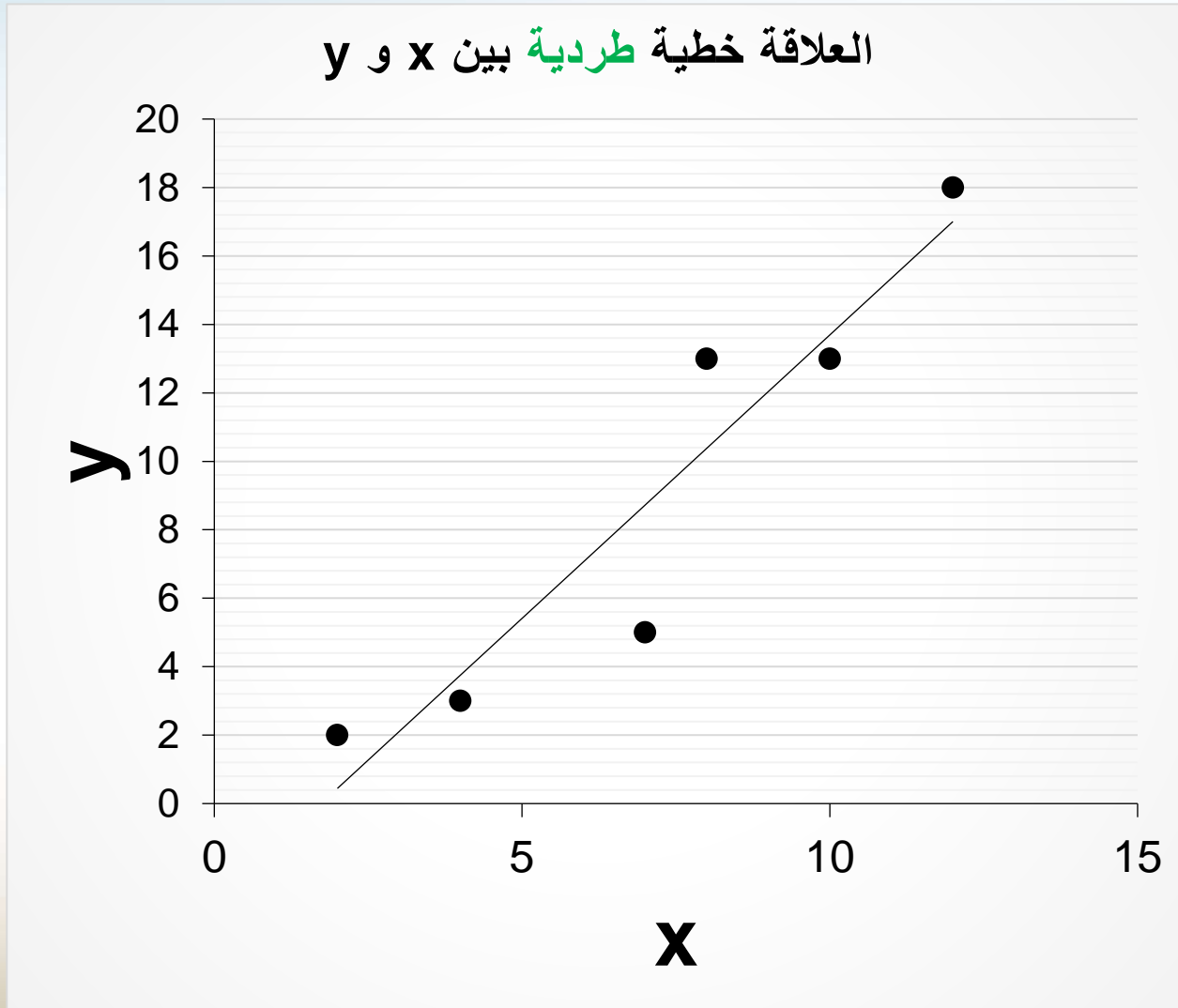
12	10	8	7	4	2	<b>X</b>
18	13	13	5	3	2	<b>Y</b>



قوة الارتباط:

وإذا كانت الانحرافات بعيدة  
جدا سُمي هذا الارتباط بـ  
"ارتباط ضعيف"

12	10	8	7	4	2	<b>X</b>
18	13	13	5	3	2	<b>Y</b>

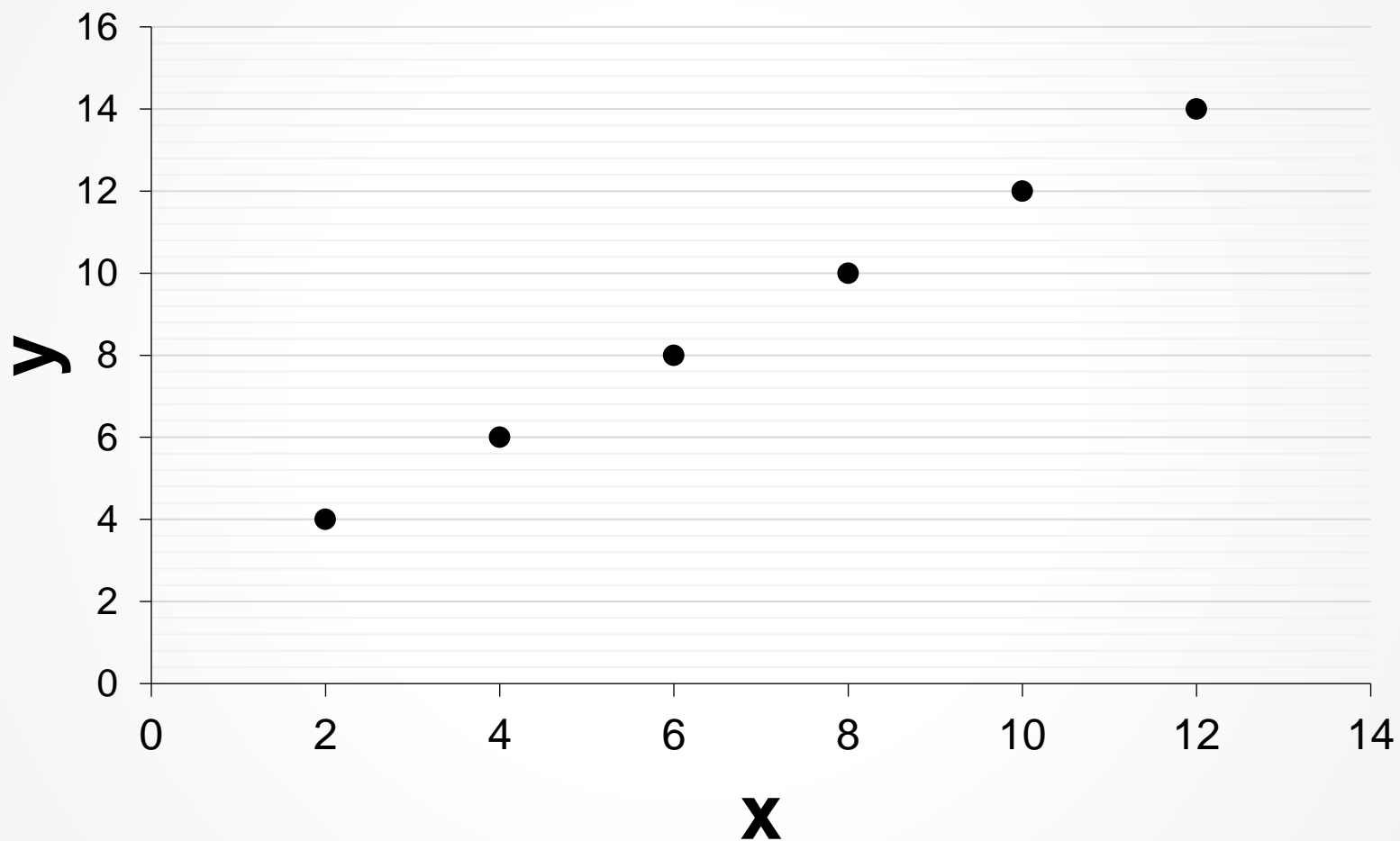


قوة الارتباط:

وإذا كانت الانحرافات بعيدة  
جدا سُمي هذا الارتباط بـ  
"ارتباط ضعيف"

12	10	8	6	4	2	<b>x</b>
14	12	10	8	6	4	<b>Y</b>

العلاقة خطية **طرديّة** بين **x** و **y**



ما قوة العلاقة بين  
**Y** و **X**

# تحليل الارتباط

(باستخدام معامل الارتباط الخطي لبيرسون)

◆ مقدمة

◆ قوة الارتباط

◆ معامل الارتباط البسيط

◆ معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

◆ معامل التحديد

◆ الدلالة الإحصائية

# معامل الارتباط البسيط

## معامل الارتباط البسيط

يُستخدم في تحديد ما إذا كان هناك **علاقة** بين المتغيرين (اثنين فقط)، وكذلك تحديد **نوع وقوة العلاقة إن وُجدت**، أما في حالة دراسة مدى وجود علاقة ارتباطية بين أكثر من متغيرين فإنه يتم الاعتماد على معاملات أخرى ليست محل دراستنا، مثل: **معامل الارتباط المتعدد و معامل الارتباط الجزئي**. حيث يتم دراسة تأثير أحد المتغيرات مع تثبيت المتغيرات الأخرى [كما في حالة كثير من المشكلات الاقتصادية حيث يتم دراسة تأثير السعر على الكمية المطلوبة بفرض ثبات الجودة ومستوى الذوق].

## معامل الارتباط البسيط

ويتم استخدام معامل الارتباط في الحكم على نوع العلاقة بين المتغيرين [حيث تكون علاقة طردية أو عكسية]، وكذلك بالنسبة لقوة العلاقة [فقد تكون قوية أو متوسطة أو ضعيفة].

## معامل الارتباط البسيط

وعادة ما يتم تقسيم المتغيرات محل الدراسة إلى:

**متغيرات مستقلة  $x$ :** وهي التي بتغير قيمتها تؤثر في تغير قيمة متغير أو متغيرات أخرى.

**متغيرات تابعة  $y$ :** وهي التي تتغير قيمتها بتغير المتغيرات المستقلة أو إحداها.

وس يتم قياس الارتباط البسيط من خلال كل من:

• معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون Person's Correlation Coefficient

• معامل ارتباط الرتب لسبيرمان Spearman Rank Correlation Coefficient



# معامل الارتباط البسيط

وعادة ما يتم تقسيم المتغيرات محل الدراسة إلى:

**متغيرات مستقلة  $x$ :** وهي التي بتغير قيمتها تؤثر في تغير قيمة  $y$  هذه ضمن الاختبارات الإحصائية

التي سبقت الإشارة إليها في

مستويات مقاييس البيانات

- معامل بيرسون

- معامل سيرمان

**متغيرات تابعة  $y$ :** وهي التي تتغير قيمتها بتغير المتغيرات المستقلة

وسيتم قياس الارتباط البسيط من خلال كل من:

• معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون Person's Correlation Coefficient

• معامل ارتباط الرتب لسيرمان Spearman Rank Correlation Coefficient

# تحليل الارتباط

(باستخدام معامل الارتباط الخطي لبيرسون)

◆ مقدمة

◆ قوة الارتباط

◆ معامل الارتباط البسيط

◆ معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

◆ معامل التحديد

◆ الدلالة الإحصائية

# معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

# معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

كارل بيرسون (١٩٣٦ م): هو رياضياتي وزميل للجمعية الملكية، وزمالة الجمعية الملكية: هي جائزة وزمالة تُعطى من الجمعية الملكية في لندن للأفراد الذي ساهموا بمساهمات كبيرة في تحسين المعرفة الطبيعية كالرياضيات، والهندسة، والعلوم، والطب.

وهو من أوجد أسس الإحصاء الرياضي. وفي عام ١٩١١ م أسس أول قسم للإحصاء في العالم في كلية لندن الجامعية.

## معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

يُعتبر معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون والذي يُرمز له بـ  $r_p$  من أكثر الأدوات الإحصائية استخداماً في تحديد قوة العلاقة بين متغيرين، كما يُستعمل لتحديد مدى وجود علاقة خطية بين متغيرين، وهناك أكثر من صيغة يمكن الاعتماد عليها في حساب هذا المعامل على النحو التالي:

## معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

$$r_p = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

## معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

$$r_p = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

ستتعرف على حل هذه المعادلة في  
المحاضرة بإذن الله

لكن أريدك أن تتعرف على  
خصائص نتيجة هذه المعادلة

# خصائص معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

وتتراوح قيمة معامل الارتباط بين +1 و -1 بمعنى:  $[-1 \leq r_p \leq 1]$ ، وطبقا لتلك القيمة تكون العلاقة

على النحو التالي:

نتيجة المعادلة السابقة

يجب أن تكون ما بين صفر إلى 1  
فقط

وإما أن يكون الرقم موجبا أو سالبا

- أكبر من صفر إلى أقل من 0.3 تكون العلاقة **ضعيفة**.
- من 0.3 إلى أقل من 0.7 تكون العلاقة **متوسطة**.
- من 0.7 إلى الواحد الصحيح تكون العلاقة **قوية**.
- إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطي  $= 1$  [الواحد الصحيح] فهذا يعني أن المتغيرين مرتبطان **ارتباطا تاما**.
- وإذا كانت قيمة معامل الارتباط  $=$  صفر، فهذا يعني: **عدم وجود علاقة خطية بين المتغيرين**.



# خصائص معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

لا تمرر هذه المعلومات دون تأمل

لأن هذه المعادلة إحدى الاكتشافات العظيمة في علم الإحصاء

● إضافة لما سبق:

● إذا كانت قيمة معامل الارتباط أكبر من 1، فهذا لا يعني إلا: **وجود خطأ في الحسابات.**

● إذا كانت إشارة معامل الارتباط **موجبة**، فهذا يعني أن العلاقة **طرديّة.**

● وإذا كانت إشارة معامل الارتباط **سالبة**، فهذا يعني أن العلاقة **عكسيّة.**

## معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

المعنى	معامل ارتباط بيرسون
ارتباط طردي قوي	0.9

## معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

المعنى	معامل ارتباط بيرسون
ارتباط عكسي قوي	-0.87

## معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

المعنى	معامل ارتباط بيرسون
ارتباط عكسي ضعيف	-0.21

## معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

المعنى	معامل ارتباط بيرسون
ارتباط طردي تام	1

## مميزات معامل بيرسون:

- سهولة الحساب: يمكن حساب معامل بيرسون بسهولة نسبيا.
- التفسير: يمكن تفسير قيمة معامل بيرسون بسهولة.
- التعميم: يمكن النتائج من خلال التحقق من الدلالة الإحصائية.

## عيوب معامل بيرسون:

- يجب أن تكون البيانات موزعة بشكل طبيعي.
- تأثره بالقيم المتطرفة
- يتأثر بالعينة الصغيرة: فيجب أن تكون العينة المدخلة في المعادلة كبيرة.
- عدم ملاءمته للبيانات الوصفية الترتيبية.

## معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

معادلة بيرسون:

$$r_p = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

## معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون

سنقوم بحل هذه  
المعادلة في المحاضرة  
ولكن

$$r_p = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

يسعدني كثيرا أن تطلع على حساب هذه المعادلة باستخدام الآلة الحاسبة قبل المحاضرة

شاهد الفيديو من خلال هذا الرابط، وطبق المثال المذكور في الفيديو بنفسك

[https://youtu.be/kGS5bj53GFs?si=p\\_6pzavb9A4oFZEb](https://youtu.be/kGS5bj53GFs?si=p_6pzavb9A4oFZEb)

الفيديو في ٣ دقائق



# تحليل الارتباط

(باستخدام معامل ارتباط الرتب لسبيرمان)

◆ مقدمة

◆ قوة معامل الارتباط

◆ شروط استخدامه

◆ معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

◆ الدلالة الإحصائية

# مقدمة

## مقدمة

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان  $r_s$

نلاحظ مما سبق أن معامل الارتباط لبيرسون لا يمكن استخدامه في حساب قوة العلاقة بين متغيرين إلا إذا كانت البيانات المتوفرة عنها في شكل بيانات كمية فقط (أرقام فقط) لأن معادلة بيرسون عبارة عن عمليات حسابية، أما إذا كانت في شكل بيانات وصفية فلا يمكن تطبيقه في حساب الارتباط بين المتغيرين محل الدراسة...

## مقدمة

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان  $r_s$

لذا ظهر معامل ارتباط الرتب لسبيرمان  $r_s$  والذي يمكن استخدامه في قياس الارتباط

خاصة في حالة البيانات الوصفية الترتيبية مثل تقديرات الطلاب:

ممتاز/جيد جدا/جيد/مقبول/ضعيف، وكذلك قوة المركز المالي:

جيد/متوسط/ضعيف، ودرجة الموافقة على الرأي في أسئلة الاستبانة: موافق

تماما/موافق/محايد/غير موافق/غير موافق تماما.

## من هو سبيرمان ؟

تشارلز إدوارد سبيرمان (١٩٤٥م): هو عالم نفس إنجليزي له أيضا مساهمات في علم الإحصاء حيث كان من رواد التحليل العاملي، وقد ابتكر معامل ارتباط الرتب، الذي يُعرف باسمه حتى الآن. كما كانت له أبحاث رائدة في مجال الذكاء البشري.

## معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

ويتم حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان  $r_s$  باستخدام المعادلة التالية:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

ستتعرف على حل هذه  
المعادلة في المحاضرة  
بإذن الله

حيث  $d$  هو الفرق (في الرتب) بين المتغيرين،  $n$  عدد المشاهدات.

# فروض الدراسة

الفرض الصفري: لا توجد علاقة بين الإنفاق على الإعلان وبين المبيعات  
الفرض البديل: توجد علاقة بين الإنفاق على المبيعات وبين المبيعات

فيما سبق، يتم إيجاد نوع وقوة العلاقة بين المتغيرات  
لكن يسبق ذلك: أن يقوم الباحث بوضع فرضيات لبحثه

الفرضية الأولى: تسمى الفرض الصفري، وهي تنفي وجود العلاقة  
أما الفرضية الثانية: تسمى الفرض البديل، وهي تثبت وجود العلاقة

# فروض الدراسة

الفرض الصفري: لا توجد علاقة بين الإنفاق على الإعلان وبين المبيعات  
الفرض البديل: توجد علاقة بين الإنفاق على المبيعات وبين المبيعات

فمثلا : لو ظهرت نتيجة المعامل : 0.9  
نقول بأن العلاقة بين المتغيرين قوية

لكن يجب أن نتحقق من الدلالة الإحصائية (بمعنى: هل هذه النتيجة دالة إحصائيا أم لا ؟) حتى نتمكن من تعميم هذه النتيجة على المجتمع أو على بقية السنوات كما في مثال الإعلان والمبيعات مثلا



# فروض الدراسة

الفرض الصفري: لا توجد علاقة بين الإنفاق على الإعلان وبين المبيعات  
الفرض البديل: توجد علاقة بين الإنفاق على المبيعات وبين المبيعات

فمثلا : لو ظهرت نتيجة المعامل : 0.9  
نقول بأن العلاقة بين المتغيرين قوية

الدلالة الإحصائية تكون بمقارنة قيمة المعامل المحسوبة (أي التي قمت بحسابها أنت، والتي ظهرت بأنها 0.9) بقيمة موجودة في جداول إحصائية

# فروض الدراسة

**الفرض الصفري:** لا توجد علاقة بين الإنفاق على الإعلان وبين المبيعات  
**الفرض البديل:** توجد علاقة بين الإنفاق على المبيعات وبين المبيعات

وعلى سبيل المثال إذا كانت القيمة الجدولية = 0.78  
فنقول:

**اتخاذ القرار:** بما أن  $(r_s)$  المحسوبة (0.9) أكبر من  $(r_s)$  الجدولية (0.78) وفق

مستوى الدلالة 0.05 فإننا نرفض **الفرض الصفري** ونقبل **الفرض البديل**.